В. И. Ряжских, М. И. Слюсарев, А. А. Богер, С. В. Рябов (Воронеж, ВГТА). **Образование осадка малоконцентрированной полидисперсной взвеси в цилиндрическом резервуаре при ее импульсном вводе через свободную поверхность.**

В криогенной технике возникает необходимость сброса давления из парового пространства с целью охлаждения хранящихся ожиженных газов [1]. Показано [2], что в этом случае за счет переохлаждения поверхностного слоя может образоваться криовзвесь высококипящих примесей (кислород и азот в жидком водороде, диоксид углерода в жидком кислороде и т. д.). Так как время кристаллизации примесей намного меньше времени их седиментации, можно считать, что ввод твердой фазы через свободную поверхность жидкости осуществляется по закону прямоугольного импульса с известной функцией плотности распределения частиц в пространстве размеров. Осложняющим фактором процесса седиментации образующейся полидисперсной взвеси является крупномасштабное перемешивание в жидкости, вызванное теплопритоками извне через теплоизоляционную систему. Предлагаемая математическая модель осаждения базируется на классических диффузионных представлениях [3], [4], формализованная безразмерная запись которой представлена следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} = \frac{\partial N}{\partial Z} + Bo^{-1}\left[\frac{\partial^2 N}{\partial Z^2} + \xi^2\left(\frac{\partial^2 N}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial N}{\partial R}\right)\right], \tag{1}$$

$$N|_{\theta=0} = 0, \tag{2}$$

$$\left(N + Bo^{-1}\frac{\partial N}{\partial Z}\right)\Big|_{Z=0} = K_2 N|_{Z=0}, \tag{3}$$

$$\left(N + Bo^{-1}\frac{\partial N}{\partial Z}\right)\Big|_{Z=1} = \mathbf{1}(\theta) - \mathbf{1}(\theta - \theta_0), \tag{4}$$

$$\frac{\partial N}{\partial R}\Big|_{R=0} = 0, \tag{5}$$

$$\xi Bo^{-1}\frac{\partial N}{\partial R}\Big|_{R=1} = -R_R N|_{R=1}, \tag{6}$$

где $\theta = w_0\tau/h$, $Z = z/h$, $R = r/r_0$, $N = nw_0/h$, $\xi = h/r_0$, $Bo = w_0 h/D$, $K_Z = k_z/w_0$, $K_R = k_r/w_0$; $\mathbf{1}(\theta)$ — функция Хэвисайда; θ_0 — относительная продолжительность импульса; z, r, τ — текущие цилиндрические координаты и время; h, r_0 — высота столба жидкости и радиус резервуара; k_z, k_r, w_0 — кинетические коэффициенты скорости образования осадка на дне и боковой поверхности, стоксовская скорость осаждения частиц размера l; j — штучный поток частиц размера l через единичную свободную поверхность жидкости; D — эффективный коэффициент перемешивания жидкости.

Решение системы (1)–(6) получено последовательным применением интегральных преобразований Ханкеля и Лапласа: при $4K_Z/[Bo(1-2K_Z)] < 1$ и $K_Z < 1/2$;

$$\begin{aligned} N(Z,R,\theta) = 2\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(p_m)}{p_m[J_0^2(p_m) + J_1^2(p_m)]} J_0()p_m R \\ \times \left\langle \frac{A(\lambda,Z)}{B(\lambda)}[1 - \exp\{-\theta_0\alpha(\lambda,p_m)\}]\exp\{\theta\alpha(\lambda,p_m)\} \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C(\mu_n,Z)}{D(\mu_n)}[1 - \exp\{-\theta_0\beta(\mu_n,p_m)\}]\exp\{\theta_0\beta(\mu_n,p_m)\} \right\rangle, \end{aligned}$$

где

$$\alpha(\lambda,p_m) = -\frac{Bo}{4} - \xi^2\frac{p_m^2}{Bo} + \frac{\lambda^2}{Bo}, \quad \beta(\mu_n,p_m) = -\frac{Bo}{4} - \xi^2\frac{p_m^2}{B_0} + \frac{\lambda_n^2}{Bo},$$

$$A(\lambda, Z) = -\left[-\frac{Bo}{2\lambda}(1-2K_Z)\mathrm{sh}\,(\lambda Z) + \mathrm{ch}\,(\lambda Z)\right] \exp\left\{\frac{Bo}{2}(1-Z)\right\},$$

$$B(\lambda) = \left\{ \frac{\lambda}{Bo} - \frac{Bo}{4\lambda}(1-2K_Z) + \alpha(\lambda, p_m)\left[\frac{Bo^2}{8\lambda^3}(1-2K_Z) + \frac{Bo\,K_Z}{2\lambda} + \frac{1}{2\lambda}\right]\right\}$$
$$\times\,\mathrm{sh}\,\lambda + \left\{K_Z + \alpha(\lambda, p_m)\left[\frac{1}{2} - \frac{Bo^2}{8\lambda^3}(1-2K_Z)\right]\right\}\mathrm{ch}\,\lambda,$$

$$C(\mu_n, Z) = \left[-\frac{Bo}{2\mu_n}(1-2K_Z)\sin(\mu_n Z) + \cos(\mu_n Z)\right] \exp\left\{\frac{Bo}{2}(1-Z)\right\},$$

$$D(\mu_n) = \left\{ -\frac{\mu_n}{Bo} - \frac{Bo}{4\mu_n}(1-2K_Z) + \beta(\mu_n, p_m)\left[-\frac{Bo^2}{8\mu_n^3}(1-2K_Z) + \frac{Bo\,K_Z}{2\mu_n}\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2\mu_n}\right]\right\}\sin\,\mu_n + \left\{K_Z + \beta(\mu_n, p_m)\left[\frac{1}{2} + \frac{Bo^2}{8\mu_n^2}(1-2K_Z)\right]\right\}\cos\,\mu_n,$$

p_m, μ_n, λ — корни уравнений

$$\frac{J_0(p_m)}{J_1(p_m)} = \frac{\xi p_m}{Bo\,K_R}, \quad \mathrm{tg}\mu_n = \frac{4K_z\mu_n}{Bo(1-2K_Z) + 4Bo^{-1}\mu_n^2},$$

$$\mathrm{tg}\lambda = \frac{4K_z\lambda}{Bo(1-2K_Z) - 4Bo^{-1}\lambda^2}$$

при $4K_z/[Bo(1-2K_Z)] \geqslant 1$ и $A(\lambda, z) = 0$.

Обобщение полученного решения на полидисперсный случай проведено с использованием принципа суперпозиции концентрационных полей для различных размеров частиц в силу малоконцентрированности рассматриваемых взвесей и предположения о выполнении гипотезы сплошности. В результате найдены аналитические выражения для безразмерной локальной и средней в объеме жидкости массовых концентраций

$$C(Z, R, \overline{\theta}) = \int_0^\infty L^3 F_N(Z, R, L, \overline{\theta})\,dL,$$

$$\overline{C}(\overline{\theta}) = \int_0^1\int_0^1 C(Z, R, \overline{\theta})\,dZ\,dR = \int_0^\infty L^2 \int_0^1\int_0^1 F_n(Z, R, L, \overline{\theta})\,dZ\,dR\,dL$$

и относительных толщин осадков на дне и боковой поверхности резервуара

$$\frac{\delta(R, \overline{\theta})}{\overline{\delta}} = \int_0^{L_{\max}} L^3 K_Z(L) W_0(L)\left[\int_0^{W_0(L)\overline{\theta}} F_N(0, R, L, \overline{H})\,d\overline{H}\right] dL,$$

$$\frac{\delta(Z, \overline{\theta})}{\overline{\delta}} = \int_0^{L_{\max}} L^3 K_Z(L) W_0(L)\left[\int_0^{W_0(L)\overline{\theta}} F_N(Z, 0, L, \overline{H})\,d\overline{H}\right] dL.$$

Здесь $\overline{\delta}$ — толщина осадка при его равномерном распределении по смоченной поверхности; $L = l/\overline{l}$, $\overline{l}$ — среднечисленный размер частиц; $F_n(Z, R, L, \overline{\theta}) = \overline{\theta}_0{}^{-1} F_J(L) N Z, L, R, \overline{\theta}/W_0(L)$ — безразмерная локальная функция плотности распределения частиц по размерам; $F_J(L)$ — исходная безразмерная функция плотности распределения частиц по размерам, поступивших через свободную поверхность жидкости; $\overline{\theta}_0 = \theta(L, \tau)/W_0(L)$; $L_{\max}$ — максимальный относительный размер частиц.

Проведенный вычислительный эксперимент позволил подтвердить корректность принятых допущений при синтезе математической модели и идентифицировать локальное распределение осадка на смоченной поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 07–08–00166а и № 09–08–97536р_центр_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Филин Н. В., Буланов А. Б.* Жидкостные криогенные системы. Л.: Машиностроение, 1985, 247 с.
2. *Ряжских В. И., Слюсарев М. И., Богер А. А., Рябов С. В.* Кристаллизация высококипящих примесей при сбросе давления из парового пространства криогенных резервуаров. — Вестник ВГТУ, 2008, т. 4, № 1, с. 77–81.
3. *Харин В. М., Ходорков И. Л., Ряжских В. И.* Диффузионная модель полидисперсных взвесей. — Теор. основы хим. технол., 1986, т. 20, № 6, с. 733–739.
4. *Харин В. М., Ряжских В. И.* К теории осаждения. — Теор. основы хим. технол., 1989, т. 23, № 5, с. 651–658.