

П.П.Ананьев, С.А.Гончаров, В.Ю.Иванов (Москва, НП «ЦИГТ»). Особенности математической модели нелинейной динамической системы заряженной дислокации во внешнем электромагнитном поле.

Дислокация представляет собой одномерный протяженный гибкий объект, движение которого имеет значительно более сложный характер, чем движение материальных точек или жестких тел. Практически наиболее подходящей и удобной представляется модель дислокации, рассматриваемая как нить или струна, обладающая собственной массой и упругостью, окруженная непрерывно распределенным зарядовым облаком [1], [2].

Упрощенная модель динамической системы заряженной дислокации во внешнем электромагнитном поле рассмотрена в [3] и может быть описана системой уравнений

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1x_1 + k_2x_2, \quad m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) + F_e, \quad (1)$$

где m_1 — масса дислокации, x_1 — перемещение дислокации, k_1 — жесткость закрепления дислокации в кристалле, x_2 — перемещение зарядового облака, k_2 — жесткость системы «дислокация–зарядовое облако», m_2 — масса заряда, F_e — сила, обусловленная действием электрической составляющей электромагнитного поля (сила Кулона).

Аналогичную систему можно написать для действия силы Лоренца.

Решение системы уравнений (1) позволяет построить амплитудно-частотную зависимость возникающих механических напряжений при движении дислокации от частоты электромагнитного поля. Так, напряжения, вызываемые силой Кулона, будут максимальны при совпадении частоты электромагнитного поля с собственной частотой системы, обусловленной жесткостью связи «дислокация–зарядовое облако», а зависимость напряжений вызванных силой Лоренца имеет два максимума при частоте, равной 1 и 0,5 собственной частоты системы.

Однако линейное представление о жесткости системы «дислокация–зарядовое облако» (k_2) не позволяет определить реальные значения напряжений в окрестности резонанса, т. к. они стремятся к бесконечности. В то же время, наибольший практический интерес представляет определение этих напряжений, а также определение величины собственной частоты системы.

Бесконечного роста напряжений и деформаций (перемещений дислокации) в резонансной области не происходит в силу нелинейности системы, поскольку собственная частота системы является функцией перемещения, и при росте перемещений величина собственной частоты изменяется, поэтому условие резонанса нарушается.

Параметр, характеризующий нелинейность жесткости системы (k_2), может быть определен, исходя из вида функции потенциала зарядового облака у линии дислокации [2]: $k_2 = \partial^2\varphi_c/\partial x^2 \simeq \psi/(R + x_1)^2$, где ψ — коэффициент пропорциональности, R — радиус зарядового облака.

Раскладывая функцию k_2 в ряд Тейлора по степеням в окрестности $x \rightarrow 0$, получим $k_2 = \psi/R^2 - (2\psi/R^3)x = (\psi/R^2)(1 - 2x/R)$.

Учет нелинейности жесткости системы (k_2) позволяет определить конечные значения напряжений и деформаций, возникающих при движении дислокаций под действием внешнего электромагнитного поля в окрестности резонанса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Судзуки Т., Есиага Х., Такеути С. Динамика дислокаций и пластичность. М.: Мир, 1989, с. 18–19, 155.
2. Тяпунина Н. А., Белозерова Э. П. Заряженные дислокации и свойства щелочно-галлоидных кристаллов. — Успехи физ. наук, 1988, т. 156, в. 4.
3. Гончаров С. А., Ананьев П. П., Иванов В. Ю. Разупрочнение горных пород под действием импульсных электромагнитных полей. М.: Изд-во МГГУ, 2006, 91 с.