Г. В. Б а л а к и н (Москва, ТВП). **О сложении линейных псевдобулевых неравенств с искажениями.**

При замене нелинейных булевых уравнений, имеющих общее решение $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$, на статистические аналоги — линейные псевдобулевы неравенства — возникает система из линейных неравенств над полем действительных чисел

$$(a_i, x) = a_{i1}x_1 + \cdots + a_{in}x_n > b_i, \qquad i = 1, \ldots, t. \tag{1}$$

Координаты вектора x принимают два значения: 0 или 1, а коэффициенты при неизвестных — целые числа. Величины b_i, $i = 1, \ldots, t$, обычно выбирают так, чтобы плоскости $(a_i, x) = b_i$, $i = 1, \ldots, t$, не содержали вершин n-мерного единичного куба.

Пусть вектор x^0 с вероятностью $1 - p$, $p < 1/2$, удовлетворяет i-му неравенству из системы (1), $i = 1, \ldots, t$. Назовем эту вероятность *надежностью каждого из неравенств системы* (1). Возникает вопрос о поведении надежности при сложении двух и более неравенств из (1) при фиксированном значении p.

Рассматривается следующий пример системы (1), не приводимый в работах [1], [2]. Коэффициенты в неравенствах принимают только два значения, 1 или -1, причем сумма всех коэффициентов в каждом неравенстве равна нулю. Вес вектора x^0 равен m, $n = 2m$, m — нечетное число. В этих условиях $b_i = 0$, $i = 1, \ldots, t$, а плоскости $(a_i, x) = 0$ проходят через центр n-мерного единичного куба и не содержат вершин нечетного веса. Система (1) принимает следующий вид:

$$(a_i, x) \geqslant 1, \qquad i = 1, \ldots, t. \tag{2}$$

Будем полагать, что векторы a_i, $i = 1, \ldots, t$, независимы и равновероятно выбираются из C_{2m}^m возможных векторов.

Лемма. *Надежность неравенства* $(a_1 + a_2, x) \geqslant 2$ *вычисляется по формуле*

$$\mathbf{P}\left\{(a_1 + a_2, x^0) \geqslant 2\right\} = (1 - p)\left[1 - p\sum_{j=1}^{c} (C_m^{c-j})^4 / (C_{2m}^m)^2\right], \quad c = \frac{m-1}{2}.$$

Следствие. $\mathbf{P}\left\{(a_1 + a_2, x^0) \geqslant 2\right\} \sim 1 - p$ *при* $n \to \infty$.

Теорема. *Если* $t, n \to \infty$, *то при фиксированном значении* $p < 1/2$ *надежность неравенства* $(\sum_{i=1}^t a_i, x^0) \geqslant t$ *стремится к единице.*

В ы в о д: суммируя большое количество ненадежных неравенств, можно получить очень надежное неравенство. В связи с этим возникают благоприятные возможности применения к рассматриваемым системам неравенств с искажениями метода выделения и оценки отдельных неизвестных [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балакин Г. В.* Об одном свойстве линейных целочисленных неравенств с искаженной правой частью. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 6, с. 1071–1072.
2. *Балакин Г. В.* Об одной линейной псевдобулевой системе неравенств. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 738.
3. *Балакин Г. В.* О возможности решения систем линейных целочисленных уравнений методом выделения и оценки отдельных неизвестных. — Дискретн. матем., 1994, т. 6, № 1, с. 116–126.