**А. А. Баязитова** (Челябинск, ЮУрГУ). **Обратная задача для одного неклассического уравнения.**

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса $C^\infty$. Уравнение Хоффа

$$(\lambda + \Delta)u_t = \alpha u + \beta u^3 \tag{1}$$

в случае $n = 1$ моделирует динамику выпучивания двутавровой балки, где параметр $\lambda \in \mathbf{R}_+$ соотвествует нагрузке на балку, а параметры $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ характеризуют свойства материала. Под прямой задачей понимается начально-краевая задача $u(x,0) = u_0(x)$, $x \in \Omega$, $u(x,t) = 0$, $(x,t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}$, где искомая функция $u = u(x,t)$, $x \in \Omega$, $t \in \mathbf{R}$, имеет физический смысл отклонения балки от положения равновесия. Между тем, физически осмысленной является задача нахождения не только решения уравнения (1), но и параметров $\alpha$, $\beta$ для того, чтобы узнать различия между имеющимся материалом балки и предполагаемым. Для решения обратной задачи вводятся дополнительные условия

$$\int_\Omega (\lambda + \Delta)u_t(x,0)\,dx = \varphi, \quad \int_\Omega x(\lambda + \Delta)u_t(x,0)\,dx = \psi, \tag{2}$$

характеризующие моменты изменения скорости динамики выпучивания балки. Следуя [1], редуцируем задачу начально-краевую задачу для уравнения (1) к задаче Коши $u(0) = u_0$ для полулинейного уравнения соболевского типа $L\dot{u} = Mu + N(u)$. Для этого положим $\mathcal{U} = L_4(\Omega)$, $\mathcal{F} = W_2^{-1}(\Omega)$, операторы $L$, $M$, $N$ определим формулами

$$\langle Lu, v\rangle = \int_\Omega (\lambda uv - u_{x_k} v_{x_k})\,dx, \quad \forall u, v \in \overset{\circ}{W}{}_2^1,$$

$$\langle Mu, v\rangle = \alpha \int_\Omega uv\,dx, \quad \langle N(u), v\rangle = \beta \int_\Omega u^3 v\,dx, \quad \forall u, v \in L_4,$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярное произведение в $L_2$. В [1] показано, что в случае тривиального ядра оператора $L$ фазовым пространством уравнения (1) служит все пространство $\mathcal{U}$. Если же $\ker L \neq \{0\}$, ненулевые коэффициенты $\alpha$, $\beta$ удовлетворяют соотношению $\alpha\beta \in \mathbf{R}_+$, то фазовым пространством уравнения (1) служит простое многообразие $\mathcal{M} = \{u \in \mathcal{U}\colon \langle \alpha u + \beta u^3, \chi_k\rangle = 0\}$, где $\{\chi_k\}$ обозначены ортонормированные функции, соответствующие собственным значениям $\{\lambda_k\}$ оператора $L$.

Из условий (2) нетрудно получить значения $\alpha$ и $\beta$:

$$\begin{aligned}
\alpha = {} & \left(\varphi \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx - \psi \int_\Omega u_0^3(x)\,dx\right) \\
& \times \left(\int_\Omega u_0(x)\,dx \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx - \int_\Omega x u_0(x)\,dx \int_\Omega u_0^3(x)\,dx\right)^{-1}, \\
\beta = {} & \left(\psi \int_\Omega u_0(x)\,dx - \varphi \int_\Omega x u_0(x)\,dx\right) \\
& \times \left(\int_\Omega u_0(x)\,dx \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx - \int_\Omega x u_0(x)\,dx \int_\Omega u_0^3(x)\,dx\right)^{-1}.
\end{aligned}$$

В случае нетривиального ядра оператора $L$ при производной по времени введем множество $\mathcal{D}$ — множество допустимых значений $\varphi$, $\psi$, при которых решениями задачи будут коэффициенты $\alpha$, $\beta$ одного знака. Для случая тривиального ядра оператора $L$ множество $\mathcal{D}$ считаем равным $\mathcal{U}$. Получен следующий результат.

**Теорема.** *При любых таких* $\varphi, \psi \in \mathcal{D}$ *и* $u_0 \in \mathcal{U}$, *что* $\varphi \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx \neq \psi \int_\Omega u_0^3(x)\,dx$, $\psi \int_\Omega u_0(x)\,dx \neq \varphi \int_\Omega x u_0(x)\,dx$, $\int_\Omega u_0(x)\,dx \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx \neq \int_\Omega x u_0(x)\,dx \int_\Omega u_0^3(x)\,dx$ *и* $\langle(\varphi \int_\Omega x u_0^3(x)\,dx - \psi \int_\Omega u_0^3(x)\,dx)u_0(x) + (\psi \int_\Omega u_0(x)\,dx - \varphi \int_\Omega x u_0(x)\,dx)$

$u_0^3(x), \chi_k\rangle = 0$ *существует единственное решение* $u \in \mathcal{U}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}\backslash\{0\}$, $\alpha\beta \in \mathbf{R}_+$, *обратной задачи.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свиридюк Г. А., Казак В. О.* Фазовое пространство начально-краевой задачи для уравнения Хоффа. — Матем. заметки, 2002, т. 71, № 2, с. 292–297.