

В. К. Доманский, В. Л. Крепс (Санкт-Петербург, СПбЭМИ РАН). **Многошаговые торги с несколькими рисковыми активами.**

Рассматривается модель многошаговых торгов между двумя биржевыми игроками, на которых торгуется несколько типов рисковых ценных бумаг (акций). Случай одного рискового актива см. [1, 2]. На каждом шаге торгов игроки одновременно называют свои векторные ставки, т. е. свои цены для каждого типа акций. Назвавший большую цену акции покупает у противника за эту цену одну акцию этого типа.

Агенты обладают различной информацией относительно истинной ценности торгуемых ценных бумаг (их ликвидационных цен). Ликвидационные цены акций зависят от «состояния природы», которое выбирается случайным ходом на весь период торгов перед их началом. Оба игрока знают распределение \mathbf{p} вероятностей состояний. Кроме того, Игрок 1 является инсайдером. Он знает «состояние природы» и тем самым ликвидационные цены всех типов акций. Игрок 2 не имеет этой информации. Игрок 2 знает, что Игрок 1 является инсайдером. Ликвидационные цены акций могут принимать произвольные неотрицательные целочисленные значения. Допустимы любые целочисленные ставки. Игроки стремятся максимизировать цену своего итогового портфеля — деньги плюс стоимость приобретенных рисковых активов, рассчитанная по их ликвидационным ценам.

Описанные модели n -шаговых торгов сведены к повторяющимся антагонистическим играм с неполной информацией у Игрока 2 и с векторнозначными одношаговыми действиями игроков, компоненты которых соответствуют ставкам по различным активам. Доказано, что значения n -шаговых игр существуют, если математические ожидания случайных цен акций конечны. Значение игры торгов акциями нескольких типов не превосходит суммы значений игр, моделирующих торги, на которых торгуются акции только одного типа. Такие игры с одним рисковым активом были изучены в [2].

Полученный результат означает, что одновременные торги нескольких рисковых активов менее выгодны для инсайдера, чем отдельные торги однотипными акциями. Этот факт объясняется тем, что одновременное проведение торгов приводит к раскрытию большего объема инсайдерской информации — ставки по акциям каждого типа дают информацию об акциях другого типа.

Из результатов для игр торгов акциями одного типа [2], в случае конечности дисперсий случайных цен акций, следует ограниченность последовательности значений n -шаговых игр при $n \rightarrow \infty$. Мы получаем, что значение игры торгов акциями нескольких типов не превосходит половины суммы дисперсий цен акций. Этот факт позволяет, в случае конечности дисперсий случайных цен акций, рассматривать торги не ограниченной заранее продолжительности, которые моделируются игрой с бесконечным числом шагов.

Получены решения бесконечных игр для двухточечных множеств состояний. Значение бесконечной игры с двухточечным множеством состояний равно сумме значений бесконечных игр с одним рисковым активом. Таким образом, в бесконечной игре с двухточечным множеством состояний неинформированному Игроку 2 не удастся извлечь выгоду из дополнительной, раскрываемой через ставки по акциям другого типа, инсайдерской информации.

Оба игрока имеют стационарные оптимальные стратегии. Оптимальная стратегия Игрока 2 представляет собой независимое сочетание его оптимальных стратегий для игр с однотипными активами. Для акции каждого типа соответствующая компонента его действия воспроизводит его оптимальное поведение в игре с одним рисковым активом. Оптимальная стратегия Игрока 1 порождает симметричное случайное блуждание апостериорных вероятностей по точкам решетки k/d , где $d \in \mathbb{Z}_+$, $k = 0, \dots, d$, с поглощением в крайних точках 0 и 1. Здесь знаменатель d выбирается с таким расчетом, чтобы решетка включала все точки, в которых математическое ожидание цены хотя бы одной из акций оказывается целым числом.

Марковский момент поглощения апостериорных вероятностей представляет собой момент обнаружения Игроком 2 истинной цены акции, и, в сущности, момент окончания игры. Ожидаемое число шагов до поглощения при $p = k/d$ равно $k(d - k)$. Таким образом, игра завершается за конечное в среднем число шагов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Доманский В.К., Крепс В.Л.* Момент обнаружения «инсайдерской» информации на торгах с асимметричной информированностью агентов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., т. 14, в. 3, с. 399–416.
2. *Domansky V., Kreps V.* Multistage biddings with risky assets: the case of countable set of possible liquidation values. — In: Game Theory and Management, GTM2007, Collected Papers./ Ed. by L. A. Petrosjan and N. A. Zenkevich, p. 92–106.