

Д. Е. Е ф и м о в (Москва, ВЦ РАН). **Алгоритм поиска гамильтоновой цепи в ориентированном графе.**

О п р е д е л е н и е. Маршрут называется *гамильтоновой цепью*, если он содержит все вершины графа и через каждую проходит по одному разу (см. [1], ст. 1113).

Пусть задан ориентированный граф Γ с n вершинами и m дугами. Требуется найти хотя бы одну гамильтонову цепь в графе, если она существует.

Занумеруем вершины графа числами от 1 до n . Присвоим направлениям n -мерного пространства номера от 1 до n . Построим n областей памяти и присвоим им номера от 1 до n . В каждой области находится 2 ячейки памяти, в каждой из которых содержится n -мерный единичный куб. Вершины куба представляют собой точки с координатами вида $(a_1, \dots, a_n)$, где a_i это числа 0 или 1. В каждой вершине куба находятся метки — числа 0 или 1.

Построим алгоритм Λ определения существует ли гамильтонова цепь в графе. Алгоритм определяет существует ли гамильтонова цепь в графе, указывает конечную вершину, хотя бы одной цепи и требует $n(n+m)$ операций с n -мерными единичными кубами.

1. Во все области памяти в первые ячейки помещаем n -мерные кубы, у которых вершина $(0, \dots, 0)$ помечена 1, остальные — 0. $k \leftarrow 0$.

2. Трансформируем куб в первой ячейке, передвинув все метки на расстояние 1 в направлении одноименном с номером области памяти. Если хотя бы одна координата точки стала больше 1, то эта точка удаляется. Удаляем куб во второй ячейке каждой области памяти. Перемещаем куб из первой ячейки во вторую для каждой области памяти. В первую ячейку каждой области памяти помещаем куб, все вершины которого помечены 0. $k \leftarrow k + 1$.

3. Если $k < n$, то переходим к шагу 4, если $k = n$, то переходим к шагу 5.

4. Для всех дуг (i, j) графа Γ , делаем дизъюнкцию меток вершин куба, находящегося во второй ячейке области памяти с номером i , с метками вершин куба, находящимся в первой ячейке области памяти с номером j , имеющими те же координаты. Результат сохраняем в первой ячейке области памяти с номером j . Переходим к шагу 2.

5. Проверяем по всем областям памяти — есть ли во второй ячейке куб, вершина которого с координатами $(1, \dots, 1)$ помечена 1. Если есть, то существует гамильтонова цепь в графе Γ и она оканчивается в вершине однономерной с этой областью памяти. Если нет, то гамильтоновой цепи не существует.

Подсчет числа операций алгоритма Λ дает значение $n(n+m)$ операций с единичными n -мерными кубами.

Приведем пошаговую запись алгоритма поиска гамильтоновой цепи в графе.

1. Проводим алгоритм Λ для графа Γ . Определяем в какой вершине заканчивается гамильтонова цепь и запоминаем ее.

2. Удаляем из графа запомненную вершину и все смежные с ней дуги.

3. Повторяем шаги 1 и 2 n раз.

Запомненные вершины в обратном порядке и есть искомая гамильтонова цепь.

Всего алгоритм требует не более $n^2(n+m)$ операций с n -мерными единичными кубами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математическая энциклопедия./ Под ред. И. М. Виноградов и др. Т.1. М.: Советская энциклопедия, 1977.