

Г. С. О с и п о в (Санкт-Петербург, ГМА). **Оценка фрактальности финансовых временных рядов.**

На практике возникает ситуация, когда требуется знать характеристики аттрактора некоторой реальной системы, математическая модель которой неизвестна. Более того, как правило, неизвестна и размерность ее фазового пространства и мы располагаем лишь информацией об изменении во времени одной из динамических переменных системы. Так, на фондовом рынке регистрируются значения логарифмических прибылей.

Для восстановления аттрактора по временному ряду $\{x_i\}_{i=1}^T$ строится последовательность точек вида $s_i = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(n-1)\tau})$, $i = 1, \dots, m$, $m = T - (n-1)\tau$, где τ — временная задержка, n — размерность вложения (лаг). По восстановленному аттрактору можно вычислять характеристики реального аттрактора.

Определение размерности фазового пространства основано на вычислении корреляционного интеграла

$$C_n(r) = \frac{2}{m(m-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^m \eta(r - \rho(x_i - x_j)),$$

где η — функция Хевисайда, ρ — расстояние между точками. Фрактальная размерность D аттрактора находится из соотношения $C_n(r) = (ar)^D$, где a — константа. Тогда размерность фазового пространства системы определится так: $n = [D] + 1$.

Влияние настоящего на будущее может быть выражено корреляционным соотношением $C = 2^{2H-1} - 1$, где C — мера корреляции, H — показатель Херста.

Для расчета показателя Херста используется метод нормированного размаха, основанный на аппроксимации R/S , где $R(\tau) = \max_{t \in [1, \tau]} X_\tau(t) - \min_{t \in [1, \tau]} X_\tau(t)$, $S(\tau) = [\tau^{-1} \sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \langle x \rangle_\tau)^2]^{1/2}$, $X_\tau(t) = \sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \langle x \rangle_\tau)$, $1 \leq t \leq \tau \leq T$, $\langle x \rangle_\tau$ — среднее на интервале $[1, \tau]$, зависимость $R/S = (a\tau)^H$, где a — константа.

Показатель Херста может быть преобразован во фрактальную размерность временного ряда с помощью формулы $D_H = 2 - H$. Величина $D_h < 1,5$ будет соответствовать персистентному временному ряду, имеющему более гладкую, менее зазубренную линию, нежели случайное блуждание. Индикатор D_H может служить показателем риска инвестиций: акции предприятий с высоким уровнем инноваций имеют тенденцию к более низкому уровню D_H .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. М.: Мир, 2000, 333 с.
2. Мандельброт Б., Хадсон Р. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006, 400 с.