А. В. Трегуб (Москва, МГУЛ). **Оценка прочности вязкоупругой конструкции с трещиной.**

Исследование прочности современных полимерных конструкций характеризуется непрерывным увеличением параметров, принимаемых во внимание при оценке их эксплуатационной пригодности. К числу таких параметров относятся дефекты типа трещин, имеющиеся в конструкциях из-за несовершенств технологических процессов их изготовления или возникающие в ходе нагружения. При оценке прочности конструкций существенным становится вопрос о том, будет или нет расти трещина, имеющаяся в изделии в условии действия эксплуатационных нагрузок, а если да, то до каких размеров? Для ответа на этот вопрос можно воспользоваться положениями механики разрушения. Так, например, согласно одному из критериев механики разрушения, трещина начнет развиваться при достижении коэффициентом интенсивности напряжений K_1 своего критического значения K_{1C}. В качестве критериальной величины можно также использовать и раскрытие берегов трещины на некотором расстоянии от ее вершины. В работах [1], [2] проводилось изучение поведения трещины в упругих конструкциях.

В работе, представленной данным сообщением, рассматривается задача о нахождении прочностных характеристик вязкоупругой конструкции, содержащей трещину. Считается, что деформирование конструкции происходит при постоянстве модуля объемного сжатия или коэффициента Пуассона материала конструкции при произвольных ядрах ползучести и релаксации.

Представим коэффициент интенсивности напряжений K_1 и раскрытие берегов трещины δ в виде

$$K_1 = p\, f(2\mu, K, m(x)), \quad \delta = p\, \varphi(2\mu, K, m(x)), \tag{1}$$

где p — обобщенный параметр нагружения, f, φ — исследуемые функции, μ, K — сдвиговой модуль и модуль объемного сжатия материала конструкции, $m(x)$ — геометрический фактор. В случае, когда модуль объемного сжатия или коэффициент Пуассона материала конструкции являются величинами постоянными при неизменном во времени $m(x)$, K_1 и δ будут зависеть лишь от одной независимой переменной μ. Переходя в (1) к изображениям по Лапласу–Карсону, будем иметь

$$\widetilde{K}_1 = \widetilde{p}\widetilde{F}(\widetilde{R}), \quad \widetilde{\delta} = \widetilde{p}\widetilde{\Phi}(\widetilde{R}), \tag{2}$$

где $\widetilde{R} = s\int_0^\infty e^{-st}R(t)\,dt$ — изображение ядра релаксации.

В соответствии с методом аппроксимаций Ильюшина–Быкова, зависимости $\widetilde{F}$ и $\widetilde{\Phi}$ от $\widetilde{R}$ можно получить из серии упругих расчетов, меняя для этого значение удвоенного сдвигового модуля 2μ, аналогом которого является изображение $\widetilde{R}$. Разлагая $\widetilde{F}$ и $\widetilde{\Phi}$ в ряды Лорана по степеням $\widetilde{R}$ и удерживая лишь несколько членов разложения, имеем: $\widetilde{F} = \sum_{k=-m_1}^{n_1} \alpha_k \widetilde{R}^k$, $\widetilde{\Phi} = \sum_{k=-m_2}^{n-2} \beta_k \widetilde{R}^k$. Количество различных вариантов расчетов будет зависеть от числа удерживаемых слагаемых в этих формулах. Для определения неизвестных коэффициентов α_i и β_i можно использовать, например, метод наименьших квадратов, позволяющий довольно точно определять неизвестные коэффициенты α_i и β_i. Переходя к оригиналам в формулах (2), имеем $K_1(t) = \alpha_0 p(t) + \alpha_1\int_0^t R(t-\tau)\,dp(\tau) + \alpha_{-1}\int_0^t \Pi(t-\tau)\,dp(\tau) + \alpha_2\int_0^t R(t-\tau)dP_R(\tau) + \alpha_{-2}\int_0^t \Pi(t-\tau)\,dP_\Pi(\tau) + \cdots$, $\delta(t) = \beta_0 p(t) + \beta_1\int_0^t R(t-\tau)dp(\tau) + \beta_{-1}\int_0^t \Pi(t-\tau)dp(\tau) + \beta_2\int_0^t R(t-\tau)dP_R(\tau) + \beta_{-2}\int_0^t \Pi(t-\tau)\,dP_\Pi(\tau) + \cdots$, где $P_R = \int_0^t R(t-\tau)\,dp(\tau)$, $P_\Pi = \int_0^t \Pi(t-\tau)\,dp(\tau)$. При получении этих выражений для $K_1(t)$ и $\delta(t)$ было учтено, что $\widetilde{R}\widetilde{\Pi} = 1$. Приравнивая найденные по ним критериальные величины соответствующим критическим значениям, можно оценить время инициации трещины в вязкоупругой конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трегуб А. В.* Оценка прочности покрытия древесно-стружечной плиты с трещиноподобным отслоением. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 3, с. 527–529.
2. *Трегуб А. В.* Развитие трещины в упругой конструкции. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 676–677.