А. В. Ш а п о в а л о в (Москва, ТВП)**. Совместность и алгоритм распознавания несовместности реализаций случайных систем дискретных уравнений с неравновероятной выборкой неизвестных.**

Пусть $\Phi_i = \{f_{i,1}, \ldots, f_{i,|\Phi_i|}\}$ — упорядоченное множество функций с значениями в множестве A, функции существенно зависят ровно от i переменных, принимающих значения из множества B, $i = 0, 1, \ldots, m$, $|A| > 1$, $|B| > 1$. Случайная система уравнений S (система S) относительно n неизвестных состоит из M уравнений, которые выбираются последовательно, случайно и независимо друг от друга, вероятность появления уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}) = a$ равна $c_{i,j,a}$ для каждого набора (i, j, a), где $i = 0, 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, |\Phi_i|$, a принадлежит области значений функции $f_{i,j}$, сумма $c_{i,j,a}$ по указанным наборам (i, j, a) равна 1. Индексы $s_1, \ldots, s_i$ принимают значения $1, \ldots, n$ независимо с вероятностями $p_{n,1}, \ldots, p_{n,n}$, причем $p_{n,1} + \cdots + p_{n,n} = 1$, $\varepsilon_1 < np_{n,k} < \varepsilon_2$, $k = 1, \ldots, n$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \sigma^2$ — некоторые положительные константы, $\lim_{n\to\infty}(n \sum_{k=1}^{n} p_{n,k}^2) = \sigma^2$.

Вероятность совместности $\mathbf{P}_c(S)$ системы S равна сумме вероятностей ее совместных реализаций. *Пороговой функцией совместности системы* S называется такая функция $Q(n)$, что $\mathbf{P}_c(S) \to 1$ при $M(n)/Q(n) \to 0$ и $\mathbf{P}_c(S) \to 0$ при $M(n)/Q(n) \to \infty$, $n \to \infty$. Переменная x_v частично определяется из уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}) = a$, если из него следует, что $x_v \in D_s$, где $D_s \subsetneq B$ — минимальное относительно отношения включения непустое множество с таким свойством. Пусть $t_{i,j,a}(D_s)$ — число частично определяющихся переменных этого уравнения, для которых $x_v \in D_s$, $\chi_s = \sum_{(i,j,a)\in E} c_{i,j,a} t_{i,j,a}(D_s)$, $1 \leqslant s \leqslant h$, h — число собственных непустых подмножеств в B; π_n — сумма вероятностей реализаций S, несовместность которых распознает алгоритм $\mathbf{A}$, перебирающий уравнения с частично определяющимися переменными до появления несовместной пары ограничений $x_v \in D_s$, $x_v \in D_k$, $D_s \cap D_k = \varnothing$.

Теорема. *Система S имеет пороговую функцию совместности $\sqrt{n}$ тогда и только тогда, когда $\chi = \sum_{1\leqslant s<k\leqslant h;\, D_s\cap D_k=\varnothing} \chi_s\chi_k > 0$. В этом случае $\mathbf{P}_c(S) \sim e^{-c^2\sigma^2\chi}$, $\pi_n \sim 1 - \mathbf{P}_c(S)$ при $n \to \infty$, $M \sim c\sqrt{n}$, $c > 0$.*

Оценки $\mathbf{P}_c(S)$ и π_n при равновероятной выборке неизвестных получены в [2], совместность при $c_{i,j,a}$=0 для $i < m$, $m = o(\sqrt{n})$ рассмотрена в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Balakin G. V.* On the number of solutions of systems of pseudo-boolean random equations. — В сб. трудов Третьей Петрозаводской конференции «Вероятностные методы дискретной математики», 1993, с. 71–98.
2. *Шаповалов А. В.* Пороговые функции совместности случайных систем уравнений. — Труды по дискретной математике, 2006, т. 9, с. 377–400.