

И. В. Ж и м а е в (Ставрополь, СГУ). **Моделирование обработки цифрового астрономического изображения посредством преобразования Уолша–Адамара.**

В результате операций дискретизации и квантования, проводимых структурой прибора с зарядовой связью (пространственная дискретизация и квантование через аналого-цифровой преобразователь), возникает составленная из вещественных чисел матрица размерности $M \times N$, которая является простейшим математическим представлением цифрового изображения:

$$\mathbf{f}(x, y) = \begin{pmatrix} f(0, 0) & \dots & f(0, N - 1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f(M - 1, 0) & \dots & f(M - 1, N - 1) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Для астрономического изображения данная структура адекватно отражает сигнал вне зависимости от способа его получения. Уровни интенсивности изображения в любой точке представлены 2^g градациями серого, где g — разрядность квантования сигнала.

Как указано в [1], двумерный сигнал (1) может быть представлен в форме одномерного вектора-столбца вида

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(a)^T &= [Y[0], Y[1], \dots, Y[MN - 1]] \\ &= [f(0, 0), f(1, 0), \dots, f(M - 1, 0), f(0, 1), f(1, 1), \dots, \\ &\quad f(M - 1, 1), f(0, N - 1), f(1, N - 1), \dots, f(M - 1, N - 1)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Одномерное преобразование Уолша–Адамара (ПУА) вектора $\mathbf{Y}(a)$ и обратная перестановка его компонентов аналогично (2) приводит к $[B_{xx}(u, v)]$. Это дает возможность использовать стандартные алгоритмы быстрых преобразований. Быстрое ПУА над вектором длины MN выполняется за $\sim MN \log_2(MN)$ операций сложения и вычитания путем $k = \log_2(MN)$ итераций. Преобразование на k -м шаге определяет взаимодействие 2^k элементов вектора, полученного на шаге $k - 1$. При этом первые 2^{k-1} элементов являются суммами элементов, отстоящих друг от друга на 2^{k-1} , а вторые 2^{k-1} элементов — разностями. Тогда обработка изображения в частотном пространстве осуществляется как $Z(u, v) = H(u, v)[B_{xx}(u, v)]$, где $H(u, v)$ — передаточная функция фильтра, $[B_{xx}(u, v)]$ — матрица коэффициентов быстрого ПУА. Осуществляя обратное быстрое ПУА над функцией $Z(u, v)$, получаем обработанное заданным фильтром $H(u, v)$ изображение. Поскольку ПУА может быть вычислено для изображения размерами $N = 2^n$, $M = 2^m$, матрица $\mathbf{f}(x, y)$ разбивается на соответствующие блоки. Компьютерная реализация подобной модели показывает преимущество в скорости над быстрым преобразованием Фурье в $\sim 6,7$ раза (в случае блоков 8×8 точек). Кроме того, в быстром ПУА отсутствуют приближения и паразитные мнимые составляющие, характерные для быстрого дискретного преобразования Фурье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ахмед Н., Рао К. Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ./ Под ред. И. Б. Фоменко. М.: Связь, 1980, 248 с.
2. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М: Техносфера, 2005, 1072 с.