Е. М. Богатов (Старый Оскол, СТИ МИСиС). **Математическая модель сложного теплообмена в периодической двухфазной среде с учетом температурных напряжений.**

Рассмотрим процесс переноса тепла в сечении Ω протяженного, предварительно напряженного волокнистого композита при высокотемпературном боковом нагреве, считая, что его твердая фаза состоит из плотно упакованных, изотропных одинаковых компонент связности Ω_{kl} с кусочно-гладкой границей, а газообразные прослойки имеют форму $\grave{\Omega}_{mn}$. Этот процесс описывается следующей системой дифференциальных уравнений с начально-краевыми условиями:

$$c_1\rho_1\frac{\partial T_1}{\partial t}+\gamma T_1\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\vec{u}=\operatorname{div}(k_1\operatorname{grad}T_1),\qquad (x,t)\in\Omega_{kl}\times(0,\Theta),$$

$$\mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j\partial x_i}-\gamma\frac{\partial T_1}{\partial x_i}=0,\qquad (x,t)\in\Omega_{kl}\times(0,\Theta),$$

$$\left(k_1\frac{\partial T_1}{\partial\vec{\nu}_1}+h(T_1)\right)(\overline{x},t)=\sum_{q,r}\int_{\partial\Omega'_{qr}}h(T_1(\xi,t))\varphi(\xi,\overline{x})\,d\sigma_\xi+k_2\frac{\partial T_2}{\partial\vec{\nu}_2}(\overline{x},t),$$

$$(\overline{x},t)\in\partial\Omega_{kl}\times(0,\Theta)\quad\forall\{k,l\}\colon\ \partial\Omega_{kl}\cap\partial\Omega=\varnothing,$$

$$u_j(x,t)=0,\qquad j=1,2,\quad x\in(\partial\Omega_{kl}\cap\partial\Omega_{qr})\neq\varnothing,\quad t\in(0,\Theta),$$

$$\sigma_{ij}n_j=p(x,t),\quad (x,t)\in\partial\Omega_{kl}\times(0,\Theta),$$

$$c_2\rho_2\left(\frac{\partial T_2}{\partial t}+\vec{v}\operatorname{grad}T_2\right)=\operatorname{div}(k_2\operatorname{grad}T_2),\qquad (x,t)\in\grave{\Omega}_{mn}\times(0,\Theta),$$

$$\frac{d\rho_2}{dt}+\rho_2\operatorname{div}\vec{v}=0\quad (x,t)\in\grave{\Omega}_{mn}\times(0,\Theta),$$

$$\rho_2\frac{d\vec{v}}{dt}+\operatorname{grad}p=0,\qquad (x,t)\in\grave{\Omega}_{mn}\times(0,\Theta),$$

$$p=\rho_2 RT_2,\qquad (x,t)\in\grave{\Omega}_{mn}\times(0,\Theta),$$

$$T_i(x,0)=T_i^0(x),\qquad x\in\Omega^0;\quad \vec{v}(x,t)=0,\qquad (x,t)\in\partial\grave{\Omega}_{mn}\times(0,\Theta),$$

$$\sigma_{ij}(x,0)=\sigma_{ij}^0,\qquad x\in\Omega_{kl};\quad \vec{v}(x,0)=0,\qquad x\in\grave{\Omega}_{mn}.$$

Здесь $T_i(x,t)$ — искомая температура (i — индикатор фазы: при $i=1$ она твердая, при $i=2$ — газообразная), T_0^i — начальная температура i-й фазы; c_i, ρ_1 и k_i — коэффициенты удельной теплоемкости, плотности и теплопроводности фаз (заданные функции); $\rho_2=\rho_2(T_2,x,t)$ — плотность газа, подлежащая определению; α — температурный коэффициент линейного расширения; λ, μ — постоянные Ламе, $\gamma=(3\lambda+2\mu)\alpha$; $\partial\Omega'_{qr}$ — части границ соседних с Ω_{kl} границ компонет, видимых из точки $\vec{x}$; $\vec{\nu}_i$ — векторы внешней нормали к границам раздела фаз, $\vec{\nu}_1=\{n_1,n_2\}$;

$$\sigma_{ij}=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\left(\lambda\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)-\gamma(T-T_c)\right)\delta_{ij}$$

— компоненты тензора напряжений, где δ_{ij} — символ Кронекера (см., например, [1]); $T_c=T_c(t)$ — температура внешней среды; σ_{ij}^0 — компоненты тензора начальных напряжений; $h(T)=\sigma_0 T^4$ — плотность потока теплового излучения по закону Стефана–Больцмана (σ_0 — постоянная Стефана–Больцмана); $\varphi(\overline{x},\xi)$ — содержательная часть элементарного углового коэффициента излучения (подробности см. в [2]); R — универсальная газовая постоянная; $\vec{v}=\{v_1,v_2\}$ — вектор скорости; $\vec{u}=\{u_1,u_2\}$ — вектор перемещений; $u_i=u_i(x,t)$, $v_i=v_i(x,t)$; $p=p(T(x,t))$ — давление газа; всюду по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 07–01—00299.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зарубин В. С.*, *Кувыркин Г. Н.* Математические модели термомеханики. М.: Физматлит, 2002.
2. *Блох А. Г.*, *Журавлев Ю. А.*, *Рыжков Л. Н.* Теплообмен излучением: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991.