А. К. В о л о с о в а (Москва, МГУПС)**. Необходимые условия существования решения типа спиральной волны.**

Математические модели самоорганизующихся нелинейных систем, в которых образуются вращающиеся спиральные вихри, хорошо известны. Литературу по этой теме можно найти в [1], [4], [5]. В работе, представленной данным сообщением, показано, что необходимые условия существования решения, описывающие вращающуюся спиральную волну, в полулинейном параболическом уравнении непротиворечивы.

Допускает ли решение типа спиральной волны, вращающейся с угловой скоростью ω, для функции $H(\theta, r, t)$ уравнение

$$H'_t - \omega H'_\theta - d_1 H''_{rr} - d_1 H'_r/r - d_1 N^2 H''_{\theta\theta}/r^2 + F(H) = 0, \qquad (1)$$

$F(H) = H(f_o(t) - kH + \lambda(t)H^2)$, где $f_o(t), \lambda(t) \in C^2(R)$ — функции, ω, d_1, k — константы?

Теорема. *Пусть на семействе незамкнутых дважды непрерывно дифференцируемых кривых (вложенных спиралях Архимеда)* $r = \beta\theta$, $x = \sqrt{\beta\theta}\cos(\theta + \nu)$, $y = \sqrt{\beta\theta}\sin(\theta + \nu)$ *выполнены условия*: $H'_r(\theta, \beta\theta, t) = 0$, $H''_{rr}(\theta, \beta\theta, t) = z(t)$. *Тогда необходимые условия существования решения уравнения* (1) *типа вращающихся спиральных волн имеют вид*

$$H(\theta, r, t)|_{r=\beta\theta} = [-\exp\{C\beta\theta + k_o(t)\} + b(t)]/[1 + \exp\{C\beta\theta\}], \quad \lambda(t) = \mp k \mp f_o(t) + d_1 z(t),$$

$$z(t) = \frac{1}{d_1(1+b^3)}[\mp kb(t)^2(1+b(t)) \pm (1-b^2)bf_o(t) + b'(t)],$$

$$k'_o(t) = \frac{1}{(1-b+b^2)}[-C^2 d_1 N^2 \mp k + C\beta\omega - b[C^2 d_1 N^2 \pm k - C\beta\omega$$
$$- C^2 d_1 N^2 b \pm 2kb + C\beta\omega b(t)] \pm (b-2)(1+b)f_o(t) + (b-2)b'(t)],$$

$$f_o(t) = \frac{1}{(1+b)^2}[-2C^2 d_1 N^2 \mp k - b(-2C^2 d_1 N^2 \mp k - b[2C^2 d_1 N^2 \mp k \mp kb]) - (b+1)b'(t)],$$

где ν, C, β, N, ω *— константы. Функция* $b(t)$ *определяется из последнего равенства* (2), *которое надо понимать как* ОДУ *с заданной функцией* f_o.

Исследование проводится методом «нефиксированной замены переменных» [1]–[3] и методом Сатсума–Хирота, развитым в [1]. Данная техника исследования переносится на систему Эйгена. Численные исследования полученных соотношений показывают, что в них нет противоречий.

Автор выражает благодарность д. ф.-м. н. А. С. Братусю, д. ф.-м. н. К. А. Волосову за полезные советы и обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волосов К. А.* Методика анализа эволюционных систем с распределенными параметрами. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. М: МИЭМ, 2007 (http://eqworld.ipmnet.ru).
2. *Волосов К. А.* Формулы для точных решений квазилинейных уравнений с частными производными в неявной форме. Доклады АН, 2008, т. 77, № 1, с. 1–4 (Doclady Akademii Nauk, 2008, v. 418, № 1, p .11–14).
3. *Волосов К. А.* Конструирование решений квазилинейных уравнений с частными производными. — Сибирский журнал индустриальной математики, 2008, т. 11, № 2 (34), с. 29–39.
4. *Маслов В. П.*, *Данилов В. Г.*, *Волосов К. А.* Математическое моделирование процессов тепломассопереноса (эволюция диссипативных структур). М.: Наука, 1987.

5. *Maslov V. P.*, *Danilov V. G.*, *Volosov K. A.* Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer Processes. Dordrecht, Boston, London: Kluver Academic Publishers, 1995, 316 p.