

В. А. Толпаев, Е. В. Дьякова (Ставрополь, Сев.-Кав.ГТУ).
Расчет дебита несовершенной по степени вскрытия пласта скважины.

Постановка задачи фильтрации нефти описывается линейным законом Дарси:

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad } P, \quad \text{div } \vec{v} = 0,$$

где k — коэффициент проницаемости среды, который зависит от геометрического характера пор, зернистости грунта и т. п., μ — коэффициент динамической вязкости, \vec{v} — вектор скорости фильтрации, P — приведенное давление $P = p + \rho gz$, ρ — плотность, b_1 и b_3 — длины закольцованной части фильтрующего элемента, b — толщина пласта, b_2 — фильтрующая часть, r_c — радиус скважины. В случае несжимаемой жидкости для осесимметричной задачи получим уравнение Лапласа

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0.$$

Граничные условия:

$$P_{r=R} = P_n = \text{const}, \quad \frac{\partial P}{\partial z}_{z=0} = \frac{\partial P}{\partial z}_{z=b} = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial r}_{r=r_c, (\gamma_1)} = \frac{\partial P}{\partial r}_{r=r_c, (\gamma_3)} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r}_{r=r_c, (\gamma_2)} = -\frac{\mu Q}{2\pi k b_2} = 0.$$

Решением поставленной задачи будет функция

$$P(r, z) = \frac{\mu Q}{\pi k b} \left(\frac{r_c}{2} \ln \left(\frac{R}{r} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n(r)}{b_2 \lambda_n a'_n(r_c)} \sin \left(\frac{\lambda_n b_2}{2} \right) \right. \\ \left. \times \cos \left(\frac{\lambda_n (2b_3 + b_2)}{2} \right) \cos(\lambda_n z) \right) + P_n,$$

где $\lambda_n = n\pi/z_0$,

$$a_n(r) = \begin{vmatrix} I_0(\lambda_n r) & K_0(\lambda_n r) \\ I_0(\lambda_n R) & K_0(\lambda_n R) \end{vmatrix}, \quad a'_n(r) = \begin{vmatrix} \lambda_n I_1(\lambda_n r) & -\lambda_n K_0(\lambda_n r) \\ I_0(\lambda_n R) & K_0(\lambda_n R) \end{vmatrix},$$

I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя, K_0, K_1 — функции Макдональда.

Подставляя полученное значение приведенного давления в формулу $\langle P \rangle = (b_2)^{-1} \int_{b_3}^{b_3+b_2} P(r_c, z) dz$, найдем, что дебит несовершенной по вскрытию пласта скважины Q вычисляется по формуле:

$$Q = \frac{\pi k b (P_C - P_n)}{\mu} \left[\frac{r_c}{2} \ln \left(\frac{R}{r_c} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n(r_c)}{b_2 \lambda_n^2 a'_n(r_c)} \sin^2 \left(\frac{\lambda_n b_2}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\lambda_n (2b_3 + b_2)}{2} \right) \right]^{-1}.$$

Полученная формула позволяет на практике оценить технико-экономический эффект от ремонтных работ по вторичной перфорации эксплуатационных колон скважин.