Э. Г. И в а н о в (Чебоксары, ЧГУ). **Некоторые краевые задачи теории упругости для составного клина.**

Рассматривается упругое равновесие плоского напряженного бесконечного клина, состоящего из двух однородно изотропных (с модулями упругости при растяжении E_α, E_β и коэффициентами Пуассона υ_α и υ_β) упругих клиновидных областей $0 \leqslant \theta \leqslant \alpha$ и $-\beta \leqslant \theta \leqslant 0$ $(0 \leqslant r < \infty)$. Вершина составного клина закреплена, что обеспечивает отсутствие поступательного движения тела как абсолютно твердого.

На луче $\theta = 0$ заданы условия жесткого сцепления:

$$\sigma_{\alpha,\theta}(r,\theta)|_{\theta=0} = \sigma_{\beta,\theta}(r,\theta)|_{\theta=0}, \quad \tau_{\alpha,r\theta}(r,\theta)|_{\theta=0} = \tau_{\beta,r\theta}(r,\theta)|_{\theta=0},$$

$$u_\alpha(r,\theta)|_{\theta=0} = u_\beta(r,\theta)|_{\theta=0}, \quad v_\alpha(r,\theta)|_{\theta=0} = v_\beta(r,\theta)|_{\theta=0}.$$

Здесь индексами α, β отмечены напряжения и смещения, возникающие в клиновидных областях с углами раствора α, β соответственно.

Рассматриваются три основные задачи теории упругости. Во всех случаях предполагается, что граничные условия заданы в виде степенных рядов с бесконечными радиусами сходимости. При решении первой основной задачи дополнительно задается, что вращение в точке с координатами $\theta = 0$, $r = r_0$ $(r_0 > 0)$ отсутствует, это исключает вращение тела как абсолютно твердого.

Решение поставленных задач ищется в виде степенных рядов

$$\begin{gathered}
\sigma_r(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(\theta) r^n, \quad \sigma_\theta(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(\theta) r^n, \quad \tau_{r\theta}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\theta) r^n, \\
u(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n(\theta) r^n, \quad v(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\theta) r^n,
\end{gathered} \tag{1}$$

где $A_n(\theta)$, $B_n(\theta)$, $C_n(\theta)$, $D_n(\theta)$, $F_n(\theta)$ — неизвестные функции в каждой клиновидной области.

Подставляя (1) в дифференциальные уравнения равновесия ([1, с. 122]) и уравнение неразрывности, определяется $A_n(\theta)$, $B_n(\theta)$, $C_n(\theta)$. Далее, используя закон Гука и связь деформации с компонентами смещения ([2, с. 92–93]), находятся $D_n(\theta)$, $F_n(\theta)$. Например:

$$\begin{aligned}
\sigma_r(r,\theta) = {} & -a_0 \sin(2\theta) - b_0 \cos(2\theta) + c_0\theta + d_0 + \sum_{n\neq 0} \biggl(-a_n \sin((n+2)\theta) \\
& - b_n \cos((n+2)\theta) - c_n \left(\frac{n-2}{n+2}\right) \sin(n\theta) - d_n \left(\frac{n-2}{n+2}\right) \cos(n\theta) \biggr) r^n.
\end{aligned}$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов a_n, b_n, c_n, d_n в каждой клиновидной области используются граничные условия и условие жесткого сцепления клиновидных областей. Далее задача сводится к решению системы, состоящей из восьми линейных уравнений и восьми неизвестных. Проводится исследование системы, показывается, что полученные степенные ряды имеют бесконечный радиус сходимости.

На последнем этапе рассматриваются конкретные примеры, когда краевые условия имеют полиномиальный вид. Строятся графики приближения решения к граничным условиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Уфлянд Я. С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1968, 402 с.
2. *Тимошенко С. П.* Теория упругости. М.: Наука, 1975, 576 с.