В. В. К и с е л е в (Москва, ФГОУ ВПО «Финансовая академия при Правительстве Российской Федерации»). **Неубывающие функции в задачах оптимального управления.**

В некоторых случаях решение задачи оптимального управления можно получить сразу без вычислений, в некоторых — сократить количество вычислений, если известны свойства монотонности входящих в условие задачи функций.

Теорема 1. *Рассматривается задача оптимального управления*

$$\int_0^T F(x,u)\,dt \to \max, \quad x=(x_1(t),\dots,x_n(t)), \quad u=(u_1(t),\dots,u_m(t)),$$

$$u\in U\subset \mathbf{R}^m, \quad U=[a_1,b_1]\times\cdots[a_m,b_m], \quad \dot{x}=f(x,u), \quad x(0)=x_0,$$

функции $F(x,u)$ *и* $f(x,u)$ *являются неубывающими по* x *и* u*. Тогда вектор* $u_b = (b_1,\dots,b_m)$ *задает оптимальное управление в любой момент времени.*

Теорема 2. *Если задача оптимального управление имеет вид*

$$\int_0^T F(x,u)\,dt \to \max, \quad x=(x_1(t),\dots,x_n(t)), \quad u=(u_1(t),\dots,u_m(t)),$$

$$\dot{x}=f(x,u), \quad x(0)=x_0, \quad u\in U,$$

функции $F(x,u)$ *и* $f(x,u)$ *являются неубывающими по* x *и* u*, то*

$$\max_{u\in u}\int_0^T F(x,u)\,dt = \max_{u\in U_\Pi} F(x,u)\,dt,$$

где U_Π *— множество Парето-оптимальных решений.*