Т. В. Кузнецова (Москва, МГУ). **Уточнение предельной теоремы для максимумов независимых случайных сумм в случае нулевой асимметрии.**

Рассматривается семейство экстремумов вида $Y_{mn} = \max_{1\leqslant i\leqslant m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}$, $m,n = 1,2,\ldots$, где $\{X_{ij}\}$ $(i,j = 1,2,\ldots)$ — независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения F. Исследуется асимптотика Y_{mn} при $m,n\to\infty$.

Основные результаты [1] получены при условии, что F обладает конечным средним и дисперсией (которые для простоты полагаются равными нулю и единице соответственно).

Теорема 1. *Если существуют моменты* $m_3, m_4,\ldots,m_r$, $r = 3,4,\ldots$ *и* $m = O(n^{r/2-1})$, $m,n\to\infty$, *то*

$$\mathbf{P}\{a_m(n^{-1/2}Y_{mn} - b_m)\leqslant x\}\to\exp\{-e^{-x}\}. \tag{1}$$

Если же предположить аналитичность функции $f(z)$ в некоторой окрестности нуля, то это предположение существенно ослабит условия, налагаемые на рост m по сравнению с n.

Теорема 2. *Если* $\ln m = o(n^{1/3})$, $m,n\to\infty$, *то условие* (1) *верно.*

Теорема 3. *Если* $\ln m = o(n)$, $m,n\to\infty$, *то существуют такие* $\alpha_{mn}\sim\beta_{mn}\sim(2\ln m)^{1/2}$, *что* $\mathbf{P}\{\alpha_m n(n^{-1/2}Y_{mn} - \beta_m n)\leqslant x\}\to\exp\{-e^{-x}\}$.

В работе, представленной в данном сообщении, рассматриваются $Y_{mn} = \max_{1\leqslant i\leqslant m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}$, $m,n\geqslant 1$, для случая, когда случайные величины $\{X_{ij}\}$, $i\geqslant 1$, $j\geqslant 1$, имеют нулевую асимметрию и отличный от нуля эксцесс ($S = 0$, $K\neq 0$). Для нормального распределения $S = 0$ и $K = 0$. Однако, как отмечено в [6, гл. 6], для реальных финансовых данных характерны большие положительные значения эксцесса (порядка единиц или десятков). Также предполагается, что $\mathbf{E}\,X_{ij} = 0$, $\mathbf{D}\,X_{ij} = 1$. Для этого случая получено более точное выражение таких констант $\alpha_{mn}\sim\beta_{mn}\sim(2\ln m)^{1/2}$, что $\mathbf{P}\{\alpha_m n(n^{-1/2}Y_{mn} - \beta_m n)\leqslant x\}\to\exp\{-e^{-x}\}$.

Теорема 4. *Пусть* $Y_{mn} = \max_{1\leqslant i\leqslant m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}$, $m,n = 1,2,\ldots$ X_{ij} *— случайные величины, распределенные по описанному выше закону,* $\ln m = o(n^{6/10})$, $m,n\to\infty$. *Тогда* $\mathbf{P}\{\alpha_m n(n^{-1/2}Y_{mn} - \beta_m n)\leqslant x\}\to\exp\{-e^{-x}\}$, *с*

$$\beta_{mn} = \sqrt{2\ln m} - \frac{\psi_4}{12n}\ln m\sqrt{2\ln m} - \frac{\ln 4\pi + \ln\ln m}{2\sqrt{2\ln m}}, \quad \alpha_{mn} = \sqrt{2\ln m},$$

где ψ_4 *— семиинварианта порядка* 4 *распределения* F.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедев А. В.* Предельные теоремы для максимумов независимых случайных сумм. — Теория вероятн. и ее примен., 1999, т. 44, в. 3, с. 631–634.
2. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1984.
3. *Лидбеттер М.*, *Линдгрен Г.*, *Ротсен Х.* Экстремумы случайных последовательностей и процессов. М.: Мир, 1989.
4. *Галамбош Я. И.* Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик. М.: Наука, 1984.
5. *Ширяев А. Н.* Вероятность-1. М.: МЦНМО, 2007.
6. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. М.: Фазис, 1998.