Л. А. М и н а ж д и н о в а, **Т. К. П л ы ш е в с к а я** (Магнитогорск, МаГУ)**. Разрешимость начальной задачи для одного линейного дифференциального уравнения нейтрального типа.**

Будем обозначать $\mathbf{R}^n$ n-мерное векторное пространство с нормой $\|\cdot\|$, также $\|\cdot\|$ будем обозначать норму матриц размерности $n \times n$, согласованную с нормой в $\mathbf{R}^n$. Рассмотрим уравнение вида

$$\dot{x}(t) - B(t)\dot{x}(\tau(t)) = A(t)x(t) + H(t)x(g(t)) + f(t), \quad t \in [0, \infty),$$

$$x(\xi) = \dot{x}(\xi) = 0, \quad \xi < 0 \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(0) = 0. \tag{2}$$

Такие задачи встречаются при изучении колебательных систем со связями между ними.

Здесь A, B, H — $n \times n$-матрицы, составленные соответственно из функций a_{ij}: $[0, \infty) \to \mathbf{R}$, b_{ij}: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, h_{ij}: $[0, \infty) \to \mathbf{R}$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Функции f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}^n$, h_{ij}, b_{ij} суммируемы на каждом конечном отрезке из $[0, \infty)$, причем $b_{ij}(\xi) = 0$, $\xi < 0$; a_{ij} непрерывны на $[0, \infty)$, $i, j = 1, 2, ..., n$; τ: $[0, \infty) \to \mathbf{R}$, g: $[0, \infty) \to \mathbf{R}$ измеримы и $\tau(t) \leqslant t$, $g(t) \leqslant t$.

Обозначим $\alpha = \sup_{t \in [0, +\infty)} \gamma(A(t))$, где $\gamma(A)$ — логарифмическая норма матрицы A [2]; $g^0(t) = t$, $g^l(t) = g(g^{l-1}(t))$, $t \in [0, \infty)$, $l = 1, 2, \ldots$.

Пусть для любой функции y: $[0, \infty) \to \mathbf{R}$ с компактным носителем отображение $t \to \|B(t)\|\,|x(\tau(t))|$ интегрируемо по Лебегу.

Теорема. *Пусть при сделанных выше предположениях относительно уравнения* (1) $\operatorname{vrai}\sup_{t \in [0, \infty)} \|B(t)\| = q < 1$, $w = \sup_{t \in [0, \infty)} \|A(t)\| < \infty$, $w_1 = \sup_{t \in [0, \infty)} \|H(t)\| < \infty$ *и существуют такие константы* $\delta_1 \geqslant 0$, $\delta_2 \geqq 0$, *что* $\max\{\operatorname{vrai}\inf_{l \geqslant 0} \tau^l(t), 0\} > t - \delta_1$, $g(t) > t - \delta_2$, $t \geqslant 0$. *Тогда, если* $\alpha + (w_1 + wq)/(1 - q)\, e^{-\alpha(\delta_1 + \delta_2)} < 0$, *то для любой функции* $f \in L^{\infty}_{[0, \infty)}$ *начальная задача* (1)–(2) *разрешима в пространстве* $C_{[0, \infty)}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хейл Дж.* Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984, 422 с.
2. *Тышкевич В. А.* Некоторые вопросы теории устойчивости функционально-дифференциальных уравнений. Киев: Наукова думка, 1981, 80 с.