А. Л. Ш е с т а к о в, **Г. А. С в и р и д ю к**, **Е. В. З а х а р о в а** (Челябинск, ЮУрГУ). **Динамические измерения как задача оптимального управления.**

Теория динамических измерений возникла и первоначально развивалась как ответвление теории некорректных задач (см., например, [1]). Математической моделью динамических измерений служило операторное уравнение

$$z = Tu, \tag{1}$$

где оператор T соответствовал измерительному устройству (ИУ), u — измеряемому, а z — наблюдаемому сигналам. Основная задача заключалась в поиске некоторого приближенного входного сигнала u_ε по некоторому тоже приближенному значению сигнала на выходе z_ε.

Между тем развитие техники, в особенности — космонавтики, потребовало создания иных подходов. Принципиально новый метод, основанный на теории автоматического управления (см., например, [2], [3]), был предложен в [4] и развит затем в [5], [6]. Математическая модель в данном случае представлена алгебро-дифференциальной системой уравнений

$$L\dot{x} = Mx + y + Du, \quad z = Cx, \tag{2}$$

где операторы L, M и C соответствуют измерительному устройству, оператор D — датчику; неизвестные вектор-функции характеризуют: $x = x(t)$ — состояние ИУ и $u = u(t)$ — измеряемый сигнал (ИС), а известные: $y = y(t)$ — воздействие на ИУ и $z = z(t)$ — наблюдаемый сигнал (НС). При этом предполагалось, что начальное состояние ИУ также известно:

$$x(0) = x_0. \tag{3}$$

При дополнительных ограничениях на операторы A, C и D удалось показать, что при малом отклонении НС z в (2) от сигнала z_0, наблюдаемого в натурных экспериментах, отклонение ИС u в (2) от сигнала u_0 в натурных экспериментах тоже будет малым.

Данный подход хорошо проявил себя при измерении кратковременных процессов, длящихся от микро- до наносекунд. Пикообразные изменения НС зачастую не удается точно измерить из-за инерционности ИУ, а в модели (2), поставив в соответствие генерируемому ИС u НС z, можно добиться сколь угодной близости между z и z_0 — сигналом, наблюдаемым экспериментально. ИС u, соответствующий z, будет близок к сигналу u_0, измеряемому экспериментально. Основным недостатком подхода является наличие человеческого фактора, так как генерирование ИС u и проверку близости НС z приходится производить вручную. Кроме того, процедура не дает гарантии, что найденный ИС u является единственным.

Для преодоления этих недостатков предлагается рассмотреть задачу оптимального управления для задачи (2), (3); а именно, найти точку v минимума некоторого функционала качества J, определенном на некотором допустимом множестве $\mathfrak{M}_\partial$ управлений u, т. е.

$$J(v) = \min_{u \in \mathfrak{M}_\partial} J(u). \tag{4}$$

Если в предыдущем предложении заменить слова «управление» и «управлений» на «измерение» и «измерений», то получим *задачу оптимального измерения по наблюдениям.* Заметим, что в таком контексте задача (2)–(4) рассматривается впервые.

Первый шаг алгоритма численного решения задачи (2)–(4) заключается в решении первого уравнения (2), т. е. нахождении зависимости $x = x(t, x_0, u)$. Для этого применяется новый метод [7], [8], теоретически обоснованный в главе 2 [9]. И хотя этот метод был разработан для системы уравнений, обобщающих широко известную систему Леонтьева межотраслевого баланса с учетом запасов, он оказался совершенно адекватен и в случае задачи (2), (3).

Второй шаг алгоритма заключается в построении минимизирующей последовательности задачи (2)–(4). Метод построения последовательности, теоретически обоснованный в главе 7 [9], был предложен в [10], и тоже, несмотря на свою экономическую направленность, оказался адекватным нашему случаю. Единственное, что пришлось сделать, так это заменить функционал качества J на другой, имеющий технический смысл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Грановский В. А.* Динамические измерения. Л.: Энергоиздат, 1984.
2. *Деруссо П.*, *Рой Р.*, *Клоуз Ч.* Пространство состояний в теории управления. М.: Наука, 1970.
3. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976.
4. *Шестаков А. Л.* Синтез оптимального по среднеквадратической погрешности корректирующего устройства измерительного преобразователя. — Метрология, 1986, № 6, с. 26–34.
5. *Шестаков А. Л.* Коррекция динамической погрешности измерительного преобразователя линейным фильтром на основе модели датчика. — Изв. вузов. Приборостроение, 1994, № 4, с. 8–13.
6. *Шестаков А. Л.* Модальный синтез измерительного преобразователя. — Изв. РАН. Теория и системы управления, 1995, № 4, с. 67–75.
7. *Свиридюк Г. А.*, *Брычев С. В.* Численное решение систем уравнений леонтьевского типа. — Изв. вузов. Математика, 2003, № 8, с. 46–52.
8. *Свиридюк Г. А.*, *Бурлачко И. В.* Алгоритм решения задачи Коши для вырожденных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. — Ж. вычисл. матем. матем. физ., 2003, т. 43, № 1, с. 1677–1688.
9. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators. Utrecht; Boston; Köln; Tokyo: VSP, 2003.
10. *Бурлачко И. В.* Исследование оптимального управления системы уравнений леонтьевского типа. Дисс на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. Челябинск, 2005.