Е. А. С а в и н о в (Самара, СамГУ). **Центральная предельная теорема для случайных величин, порожденных условными распределениями меры Стьюдента на гильбертовом пространстве.**

Изучается схема серий асимптотически независимых случайных величин, порожденных конечномерными условными распределениями сигма-аддитивной меры Стьюдента на гильбертовом пространстве. Для нормированных сумм таких серий в случае, когда размерность условных распределений стремиться к бесконечности, установлена слабая сходимость к гауссовскому распределению. При этом важную роль играет выбор ортонормированного базиса $\{h_n\}$ гильбертова пространства, порождающий семейство конечномерных проекций исходной меры. В случае произвольного ортонормированного базиса нормировка в центральной предельной теореме (ЦПТ) может отличаться от классической. Варианты ЦПТ для собственных проекций меры Коши, а также эллиптически контурированных устойчивых мер подробно рассматривались в [1], [2]. Для проекций устойчивой меры на гильбертовом пространстве ранее были доказаны варианты усиленного закона больших чисел (см. [3], [5]).

Изучаемые случайные величины неоднократно являлись объектом исследований в связи с изучением свойств *преобразований независимости* негауссовских случайных величин (см., например, [4], [6]).

Пусть задано измеримое пространство $\{\mathbf{H},\mathcal{B}(\mathbf{H})\}$, где $\mathbf{H}$ — вещественное сепарабельное гильбертово пространство со счетным базисом $\{e_i\}_{i=1}^{\infty}$ и борелевской σ-алгеброй. Будем рассматривать на нем счетно-аддитивную меру Стьюдента с r степенями свободы μ с характеристическим функционалом

$$\Psi_\mu(y)=\int_0^\infty \exp\biggl\{-\frac{t}{2}\langle By,y\rangle\biggr\}g_r(t)\,dt,\quad y\in\mathbf{H}, \tag{1}$$

где B — линейный самосопряженный положительно определенный ядерный оператор, собственные векторы которого $\{e_n\}$ образуют ортонормированный базис (о. н. б.) в пространстве $\mathbf{H}$, а

$$g_r(t)=\frac{r^{r/2}}{2^{r/2}\Gamma(r/2)}t^{-r/2-1}\exp\biggl\{-\frac{r}{2t}\biggr\},\qquad t>0.$$

Выберем произвольный о. н. б. $\{f_k\}$ в гильбертовом пространстве $\mathbf{H}$ и будем рассматривать линейные функционалы $\langle\cdot,f_1\rangle,\dots,\langle\cdot,f_n\rangle$ в качестве случайных величин, заданных на вероятностном пространстве $\{\mathbf{H},\mathcal{B}(\mathbf{H}),\mu\}$. Введем для этих величин совместную функцию распределения $F_{1\dots n}(x_1,\dots,x_n):=\mu\{h\in\mathbf{H}\colon \langle h,f_1\rangle\leqslant x_1,\dots\langle h,f_n\rangle\leqslant x_n\}$ и соответствующую этой функции условную функцию распределения $F_{i|1\dots\widehat{i}\dots n}(x_i|x_1,\dots,\widehat{x}_i,\dots,x_n)$ случайной величины $\langle h,f_i\rangle$ относительно системы случайных величин $\langle h,f_1\rangle,\dots,\widehat{\langle h,f_i\rangle},\dots,\langle h,f_n\rangle$; здесь $\widehat{\ }$ — знак пропуска элемента.

Мы рассматриваем схему серий случайных величин $X_i^{(n)}:=\Phi^{-1}(F_i(X_i|X_1,\dots,\widehat{X}_i,\dots,X_n)$, где $X_i=\langle h,f_i\rangle$, $h\in\mathbf{H}$, $\Phi(\cdot)$ — функция распределения (0,1)-гауссовского закона.

Следуя [5], введем семейство ортопроекторов $\pi_m\colon \mathbf{H}\to\mathbf{H}_m$ подпространства $\mathbf{H}_m:=\operatorname{span}\{f_1,\dots,f_m\}$, $m=1,2,\dots$ Также введем еще одно семейство ортопроекторов $\{\pi_{mi}\}$: для $h=\sum_{k=1}^\infty\langle h,f_k\rangle f_k$ положим $\pi_{mi}h:=\sum_{k=1,\,k\ne i}^m\langle h,f_k\rangle f_k$, $m=1,2,\dots$, $i=1,2,\dots,m$.

Теорема. *Пусть μ — мера Стьюдента на гильбертовом пространстве, заданная характеристическим функционалом* (1). *Если о. н. б. $\{f_k\}$ обладает свой-*

ством ($p > 0$)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\langle(\pi_n B \pi_n)^{-1} f_i, f_j\rangle}{[\langle(\pi_n B \pi_n)^{-1} f_i, f_i\rangle \langle(\pi_n B \pi_n)^{-1} f_j, f_j\rangle]^{1/2}} = \sigma^2, \tag{2}$$

то $n^{-p/2}(X_1^{(n)} + X_2^{(n)} + \cdots + X_n^{(n)}) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2)$ *при* $n \to \infty$.

З а м е ч а н и е. Отметим, что не для каждого $p > 0$ может существовать такой о. н. б., для которого выполнится условие (2). Очевидно, для $p = 1$ существует, по крайней мере, один такой базис — собственный базис оператора B. В этом случае $\sigma^2 = 1$, и мы получаем вариант ЦПТ, доказанный в [2]. Особо отметим, что существует такая мера Стьюдента и такой о. н. б., для которых условие (2) выполняется с $p = 2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Савинов Е. А.*, *Шатских С. Я.* Центральная предельная теорема для случайных величин, порожденных условными распределениями σ-аддитивной меры Коши. — Вестник СамГУ, 2005, № 6 (40), с. 51–59.
2. *Савинов Е. А.*, *Шатских С. Я.* Центральная предельная теорема для случайных величин, порожденных условными распределениями проекций устойчивой меры на гильбертовом пространстве. — Вестник СамГУ, 2007, № 9/1, с. 121–127.
3. *Шатских С. Я.* Устойчивые эллиптически контурированные меры в гильбертовом пространстве: асимптотические свойства условных распределений. — Изв. РАЕН, сер. МММИУ, 1999, т. 3, № 3, с. 43–81.
4. *Шатских С. Я.* Об одном варианте преобразования независимости. — Теория вероятн. и ее примен., 1992, т. 37, в. 4, с. 815–816.
5. *Шатских С. Я.* Усиленный закон больших чисел для схемы серий условных распределений эллиптически контурированных мер. — Теория вероятн. и ее примен., 2005, т. 50, в. 2, с. 291–312.
6. *Rosenblatt M.* Remarks on multivariate transformation. — Ann. Math. Statist., 1952, v. 23, p. 470–472.