М. И. Толовиков (Череповец, ЧГУ). **Распределение числа спусков в композиции случайных отображений.**

Пусть f и g — отображения множества $[n] = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себя. Будем говорить, что точка $i \in [n]$ является *точкой спуска* композиции отображений f и g, если $g(f(i)) < g(i)$. Символом $\operatorname{des}_f(g)$ обозначим число точек спуска композиции отображений f и g. Если $f(i) = i + 1$, $i = 1, 2, \ldots, n - 1$, $f(n) = n$, то $\operatorname{des}_f(g)$ есть число спусков в отображении g; в частности, если g есть перестановка π на множестве $[n]$, то $\operatorname{des}_f(\pi)$ есть число спусков в перестановке π. Обозначим также $\alpha_r(f)$ число циклов длины r в графе отображения f, а $\eta_i(f)$ — кратность вершины i, т. е. число прообразов точки i при отображении f.

Теорема 1. *Пусть отображение f фиксированно, а g равновероятно выбирается из множества всех случайных перестановок на $[n]$. Тогда*

1. $\mathbf{E}\operatorname{des}_f(g) = \frac{1}{2}(n - \alpha_1(f)), \mathbf{D}\operatorname{des}_f(g) = \frac{1}{12}(\sum_{i=1}^n \eta_i^2(f) - \alpha_1(f) - 2\alpha_2(f))$.

2. *Если $n - \alpha_1(f) - 2\alpha_2(f) \to \infty$ при $n \to \infty$, то распределение случайной величины $(\operatorname{des}_f(g) - \mathbf{E}\operatorname{des}_f(g))/\sqrt{\mathbf{D}\operatorname{des}_f(g)}$ слабо сходится к стандартному нормальному распределению.*

Из теоремы 1 и результатов книги [1] мы получили следующую теорему.

Теорема 2. *Пусть отображение f равновероятно выбирается из множества всех отображений на $[n]$, а g равновероятно выбирается из множества всех перестановок на $[n]$. Тогда распределение случайной величины $\sqrt{3}(\operatorname{des}_f(g) - n/2)/\sqrt{n}$ слабо сходится к стандартному нормальному распределению.*

Аналогичные результаты справедливы и в случае, когда отбражение g равновероятно выбирается из множества всех отображений на $[n]$.

Работа выполнена при финансовой поддержке по грантам РФФИ № 08–01–00078а и НШ-4129.2006.1 Совета по грантам при Президенте РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф.* Случайные отображения. М.: Наука, 1984.