А. И. Седов (Магнитогорск, МаГУ). **О существовании решения одной задачи теории управления.**

Пусть дискретный самосопряженный оператор T с ядерной резольвентой $R_0(\lambda)$ действует в сепарабельном гильбертовом пространстве H. Предположим, что спектр оператора $\sigma(T)$ простой, и занумеруем собственные числа оператора λ_n. Обозначим v_n соответствующие λ_n ортонормированные в H собственные функции.

Рассмотрим следующую задачу теории управления: *для данной последовательности* $\{\xi_n\}$, *мало отличающейся (в некотором смысле) от последовательности* $\{\lambda_n\}$, *доказать существование такого оператора, что его спектр совпадает с данной последовательностью* $\{\xi_n\}$.

Будем искать этот оператор в виде суммы $T+U$, где U — действующий в H оператор умножения на функцию $u \in H$. Введем обозначения:

$$r_n = \frac{1}{2}\min\{\lambda_{n+1}-\lambda_n; \lambda_n-\lambda_{n-1}\}, \qquad \gamma_n = \{\lambda: \ |\lambda_n-\lambda| = r_n\}.$$

Разложим v_n^2 по ортонормированному базису $\{\varphi_n\}$ подпространства $H_1 \subset H$. В частности, это может быть базис $\{v_n\}$. Пусть c_{nk} — коэффициенты Фурье этого разложения.

Теорема. *Если матрица* $C=(c_{nk})$ *обратима и для нее выполняется неравенство*

$$\frac{r}{\|1\|_H}\left(\sum_n\left(\sum_k c^-_{nk} r_k \max_{\lambda\in\gamma_k}\|R_0(\lambda)\|_2^2\right)^2\right)^{1/2} = \omega < 1,$$

то для любой комплексной последовательности $\{\xi_n\}$, *удовлетворяющей неравенству*

$$\left(\sum_n\left(\sum_k c^-_{nk}|\xi_k-\lambda_k|\right)^2\right)^{1/2} < \frac{r}{2}(1-\omega),$$

существует такое единственное управление $u \in U(0, r/2) \subset H_1$, *что* $\sigma(T+U) = \{\xi_n\}$.

Здесь c^-_{nk} — элементы обратной матрицы C^{-1}.