Е. А. Семенчин, Н. В. Вандина (Ставрополь, СГУ). **Расход воды в сечении русла горно-равнинной реки.**

Неустановившееся движение воды в русле горно-равнинной реки можно описать системой дифференциальных уравнений Сен-Венана [1]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{b}\frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - j + \frac{Q|Q|}{K^2} = 0, \tag{2}$$

где t — время, x — пространственная координата, ориентированная по направлению движения воды, $0 \leqslant x \leqslant l$, $0, l$ — границы рассматриваемого бесприточного участка реки, j — уклон дна русла реки, g — ускорение свободного падения, b — ширина русла, $K(h)$ — расходная характеристика русла, $h(x,t)$ — глубина русла, $v(x,t)$ — средняя скорость воды в сечении русла в точке x в момент времени t, $Q(x,t)$ — расход воды в указанном сечении.

На практике значительный интерес представляет расчет значений $Q(x,t)$ [1].

Если русло горно-равнинной реки имеет значительный уклон (порядка 10^{-3} и выше), то первыми двумя членами $(1/g)(\partial v/\partial t + v\partial v/\partial x)$ уравнения (2) можно пренебречь [1].

Пусть $b = \text{const}$. Продифференцировав левую и правую части уравнения (1) по x, уравнения (2) (в котором отброшены первые два слагаемых) — по l и учитывая, что

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{dK}{dh}\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dK}{dh}\biggl(-\frac{1}{b}\frac{\partial Q}{\partial x}\biggr),$$

систему уравнений Сен-Венана (1)–(2) сведем к дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \biggl(\frac{Q}{bK}\frac{dK}{dh}\biggr)\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{K^2}{2bQ}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0. \tag{3}$$

Если только выполняется одно из условий:

$$K^2\frac{\partial \ln K}{\partial h} = C, \quad C = \text{const}, \qquad K^2 = C_1 h + C_2, \quad C_{1,2} = \text{const},$$

то при малых h, $h \leqslant 1$ м, уравнение (3) преобразуется к виду

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - b\frac{\partial Q}{\partial x}. \tag{4}$$

Решение Q уравнения (4), очевидно, удовлетворяет следующим начальным и граничным условиям:

$$Q(x,0) = Q_0(x), \quad Q(0,t) = Q_1(t), \quad Q(l,t) = Q_2(t). \tag{5}$$

После замены $Q(x,t) = q(x,t) + u(x,t)$, где $q(x,t) = Q_1(t) + (x/l)(Q_2(t) - Q_1(t))$, задача (4)–(5) преобразуется к задаче

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b\frac{\partial u}{\partial x} + f(x,t), \quad u(x,0) = \varphi(x), \quad u(0,t) = u(l,t) = 0, \tag{6}$$

где $f(x,t) = a\partial^2 q/\partial x^2 - b\partial q/\partial x - \partial q/\partial t$, $\varphi(x) = Q_0(x)$.

Решение задачи (6) можно построить методом Фурье:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_o^t \exp\left\{ -\left(\frac{b^2}{2a} + a\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \right)(t-\tau) \right\} f_n(\tau)\, d\tau \right.$$

$$\left. + \varphi(x) \exp\left\{ -\left(\frac{b^2}{2a} + a\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \right) \right\} \right) \exp\left\{ \frac{b^2}{2a} x \right\} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кюнж Ж. А.*, *Холли Ф. М.*, *Childрвей А.* Численные методы в задачах речной гидравлики. М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. *Тихонов А. Н.*, *Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.