А. А. Ш у р ы г и н а, Е. Г. К р ю к о в а (Волгоград, ВолГУ). **Управление риском изменения банковской процентной ставки.**

Управление процентными рисками имеет важное значение для достижения главной цели — максимизации прибыли банка. Основным методом управления является хеджирование процентных рисков путем заключения производных контрактов. Однако несмотря на разнообразие предлагаемых продуктов, они не нашли пока широкого применения в российской практике. Широкому внедрению производных контрактов в практику российских финансовых рынков препятствует неопределенность форвардных банковских процентных ставок на срок заключения контракта. Управление риском изменения банковской процентной ставки предполагает решение задачи прогнозирования форвардной банковской процентной ставки. Сложность решения задачи прогнозирования банковской процентной ставки состоит в том, что наблюдаемый временной ряд дискретной ставки $\{r_t\}$, $t \in [0, T]$, в каждый момент времени представляет собой непрерывную ступенчатую функцию с постоянными значениями для отдельных интервалов времени $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_k$. Моделирование и прогнозирование наблюдаемого исходного временного ряда возможно при условии представления его значений в виде гладкой непрерывной функции. Отсюда возникает задача наилучшего приближения дискретного временного ряда, описываемого непрерывной ступенчатой функцией, гладкой непрерывной функцией. Эта задача впервые обсуждалась в работе [1]. Покажем, что данная задача имеет решение, причем единственное. Очевидно, что в моменты суммы денег, возвращаемые по кредиту, исчисленные по дискретной и непрерывной ставкам, должны быть равны

$$\left(1 + \frac{r(t)}{100}\frac{t_1 - t_0}{365}\right) \exp\left\{\int_0^{\gamma} \nu(t)\, dt\right\} = \exp\{f(t_1) - f(t_0)\} = \exp\{g\},$$

где $r(t)$ — дискретная ставка, $\mu(t)$ — непрерывная функция банковской процентной ставки по кредитам, $g = f(t_1) - f(t_0)$ — аппроксимирующая функция. Получаем задачу интерполяции:

$$g_t = \ln\left(1 + \frac{r_t}{100}\frac{t_1 - t_0}{365}\right) = f(t_1) - f(t_0).$$

В промежутке времени $t_1 - t_0, t_2 - t_1, \ldots, t_k - t_{k-1}$ разница сумм, начисленная по дискретной и непрерывной ставкам, должна быть минимальной, т. е. непрерывная функция должна обеспечивать наилучшее приближение.

По теореме Вейерштрасса об аппроксимации, для любой непрерывной на отрезке $[a, b]$ функции существует многочлен наилучшего приближения, абсолютное отклонение которого от функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ меньше ε.

Пусть X — гильбертово пространство, $M \subset X$ — непустое замкнутое выпуклое множество и $f \in X$ — некоторый элемент. Решение вариационной задачи

$$h = \arg\min_{g \in M} \|g - \sigma\|_X^2 \qquad (1)$$

называют *наилучшим приближением* f в выпуклом множестве, где g — аппроксимирующая функция, σ — сплайн [2]. Функция σ, представляющая собой интерполяционный кубический сплайн, дважды непрерывно дифференцируемая на пространстве Соболева, является единственным решением задачи (1) на множестве всех функций $g(t) \in W_2^2[a, b]$ и удовлетворяющих условиям интерполяции $\sigma(t_i) = f_i$, $i = 0, 1, \ldots, N$. Решение находим как стационарные точки функции Лагранжа. Составим вспомогательную функцию $G(x) = f(x) + \lambda(\varphi(x) - \varepsilon)$. Необходимые условия экстремума:

$$G'(x) = f'(x) + \lambda\varphi(x) = 0, \quad \varphi(x) - \varepsilon = 0, \quad f''(x_i) - 2f(x_i)g_i + g_i^2 - \varepsilon = 0.$$

Решаем систему относительно λ при $\varepsilon = \varepsilon_0$. Дополнительное условие в узлах: $f''(x_0) = 0$, $f''(x_1) = 0$. Решение задачи для каждого участка ступенчатой функции с постоянными значениями для отдельных интервалов времени $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_k$ было получено с помощью компьютерной программы Maple, функция spline (X, Y, var, d) в виде уравнений кусочной функции, которая дает гладкую непрерывную функцию банковской процентной ставки, обладающую свойством минимальной кривизны, при выполнении условия сопряжения в узлах и условий равенства нулю вторых производных на границах. Ошибка аппроксимации не превышает 7% от наблюдаемых значений.

Полученные значения гладкой непрерывной функции были использованы для построения модели ARIMA (1,1,5) форвардной процентной ставки на ближайшие шесть месяцев: $y_t = 0,98y_{t-1} + 0,29\varepsilon_{t-1} - 0,45\varepsilon_{t-2} + 0,028$. Уравнение модели было установлено по виду автоковариационной функции и критерию Шварца. Прогнозные значения модели были использованы для определения параметров Соглашения о будущей процентной ставке (FRA 3 $\times$ 6) с датой исполнения 1 апреля 2009 года. Экономическая эффективность хеджирования составила 0,5 млн. на 50 млн. рублей инвестиций. Результаты работы внедрены в службе контроля рисков ОАО АКБ «Волгопромбанк».

В таблице приведены уравнения функции банковской процентной ставки по кредитам ОАО «Волгопромбанк» за период декабрь 2005 г.–январь 2009 г.

Интервал изменения x	Вид функции $f(x)$
$[0,1)$	$14,101+2,3876x-0,6756x^3$
$[1,2)$	$15,4521-0,3608x-2,0267(x-1)^2+1,0618(x-1)^3$
$[2,3)$	$16,2231-0,5071x+1,1587(x-2)^2+0,0231(x-2)^3$
$[3,4)$	$10,2587+1,8744x+1,2228(x-3)^2-1,9791(x-3)^3$
$[4,5)$	$23,4704-1,6176x-4,7148(x-4)^2+2,8554(x-4)^3$
$[5,6)$	$25,9280-2,4810x+3,8514(x-5)^2-1,6684(x-5)^3$
$[6,7)$	$11,9250+0,2167x-1,1537(x-6)^2+0,6530(x-6)^3$
$[7,8)$	$13,8625-0,1316x+0,8054(x-7)^2-0,5987(x-7)^3$
$[8,9)$	$15,5526-0,3170x-0,9908(x-8)^2-1,1539(x-8)^3$
$[9,10)$	$2,3956+1,1629x+2,4708(x-9)^2-1,8197(x-9)^3$
$[10,11)$	$8,2225+0,6453x-2,9883(x-10)^2+1,19(x-10)^3$
$[11,12)$	$32,8925-1,76132x+0,5817(x-11)^2+0,7223(x-11)^3$
$[12,13)$	$-5,5731+1,5699x+2,7495(x-12)^2-2,1885(x-12)^3$
$[13,14)$	$8,6499+0,5036x-3,8158(x-13)^2+2,1482(x-13)^3$
$[14,15)$	$23,6008-0,6834x+2,6288(x-14)^2-1,3584(x-14)^3$
$[15,16)$	$7,1347+0,4990x-1,4464(x-15)^2+0,5453(x-15)^3$
$[16,17)$	$26,3409-0,7578x+0,1897(x-16)^2+0,2730(x-16)^3$
$[17,18)$	$6,4312+0,4407x+1,0087(x-17)^2-1,0184(x-17)^3$
$[18,19)$	$25,1017-0,5971x-2,0465(x-18)^2-1,1906(x-18)^3$
$[19,20)$	$34,1492-1,1183x+1,5253(x-19)^2-0,5169(x-19)^3$
$[20,21)$	$5,1632+0,4814x-0,0255(x-20)^2+0,5952(x-20)^3$
$[21,22)$	$-30,3792+2,1008x+1,7449(x-21)^2-2,0667(x-21)^3$
$[22,23)$	$28,9243-0,6095x-4,4552(x-22)^2+2,3536(x-22)^3$
$[23,24)$	$69,3598-2,4589x+2,6057(x-23)^2-0,1548(x-23)^3$
$[24,25)$	$-42,1168+2,2881x+2,1413(x-24)^2-1,5143(x-24)^3$
$[25,26)$	$-34,9779+2,0276x-2,4017(x-25)^2-0,7391(x-25)^3$
$[26,27)$	$30,5968-0,5585x-0,1843(x-26)^2+0,5728(x-26)^3$
$[27,28)$	$-5,4561+0,7912x+1,5340(x-27)^2-1,5382(x-27)^3$
$[28,29)$	$37,8466-0,7555x-3,0807(x-28)^2+1,0611(x-28)^3$
$[29,30)$	$122,1882-3,7334x+0,1027(x-29)^2+0,9257(x-29)^3$
$[30,31)$	$33,7395-0,7509x+2,8799(x-30)^2-1,4360(x-30)^3$
$[31,32)$	$-9,8187+0,7008x-1,4282(x-31)^2+0,2304(x-31)^3$
$[32,33)$	$58,2728-1,4644x-0,7371(x-32)^2+3,3466(x-32)^3$
$[33,34)$	$-221,7788+7,1010x+9,3026(x-33)^2-8,5186(x-33)^3$
$[34,35)$	$-186,5714+6,1474x-10,2562(x-34)^2+4,9549(x-34)^3$
$[35,36)$	$4,7619+0,5295x+4,6384(x-35)^2-2,9359(x-35)^3$
$[36,37)$	$-10,4214+0,9986x-4,1693(x-36)^2+1,3898(x-36)^3$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Курочкин С. В.* Об одной задаче приближения, возникающей в анализе кредитного рынка. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1995, т. 2, в. 4, с. 675–679.
2. *Роженко А. И.* Теория и алгоритмы вариационной сплайн-аппроксимации. Новосибирск: ИВМиМГСО РАН, 2005.