Е. А. Семенчин, **М. В. Кузякина** (Краснодар, КубГУ). **Фильтрация шумов при решении обратной залачи для точечного источника примеси.**

В работе, представленной данным сообщением, предлагаются результаты исследования обратной задачи в рамках математической модели рассеяния примеси в атмосфере, описанной в [1]: по экспериментально заданным значениям концентрации примеси $q(t, x, y, z)$, $t \in [0, T]$, основным параметрам модели: U, W, K_x, K_y, K_z и координатам источника $(0, 0, H)$ определить его мощность $Q(t)$.

Если фоновая концентрация $\varphi(x, y, z)$ в модели рассеяния примеси не учитывается, то функцию источника примеси f в указанной модели можно определить из полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии. Если источник f является точечным с координатами (x_0, y_0, H), то

$$f(t, x, y, z) = Q(t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - H).$$

Решение задачи не изменится, если f заменить на $Q(t)$. Тогда указанная обратная задача сводится к определению $Q(t)$ из соотношения:

$$Q(t) = \frac{\partial q}{\partial t} + U\frac{\partial q}{\partial x} - W\frac{\partial q}{\partial y} + \alpha q - \frac{\partial}{\partial x}K_x\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y}K_y\frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z}K_z\frac{\partial q}{\partial z}. \tag{1}$$

Обозначим для удобства записи R_t, R_x, R_y, R_z, R_{xx}, R_{yy} и R_{zz} частные производные первого и второго порядков функции $q(t, x, y, z)$ по t, x, y и z соответственно.

Согласно [3], вычисление производной m-го порядка некоторой функции сводится к решению интегрального уравнения первого рода. Например, для определения R_{zz} имеем уравнение

$$q(t, x, y, z) = \int_0^z (z - \tau)R_{zz}(t, x, y, \tau)\, d\tau. \tag{2}$$

Задача построения решения таких уравнений является некорректно поставленной [3]. Интегральное уравнение (2) можно аппроксимировать в дискретные моменты $t_1, t_2, \ldots, t_N \in [0, T]$ системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$AR_{zz} + \widetilde{v} = q, \tag{3}$$

где $\widetilde{v}$ — ошибки измерений q и производимых вычислений, представляющих собой в совокупности белый гауссов шум.

Для подавления влияния $\widetilde{v}$ на решение СЛАУ (3) предлагается использовать многошаговый фильтр Калмана–Бьюси [2]. Оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $R_{zz}^{(l)}$ решения R_{zz} системы (3) имеет вид [2]:

$$\begin{aligned} R_{zz}^{(l)} &= R_{zz}^{(l-1)} + \Big(\Big(P^{(l-1)}\Big)^{-1} + A^T\Big(N^{(l)}\Big)^{-1}A\Big)^{-1}A^T\Big(N^{(l)}\Big)^{-1}\Big(q^{(l)} - AR_{zz}^{(l-1)}\Big), \\ P^{(l)} &= \Big(\Big(P^{(l-1)}\Big)^{-1} + A^T N^{(l)} A\Big)^{-1}, \quad N = M[\widetilde{v}\widetilde{v}^T], \qquad l = 1, 2, \ldots, L, \end{aligned} \tag{4}$$

где $R_{zz}^{(0)} = R_{zz}(0, x, y, z)$ — начальные приближения для решения, $P^{(0)}$ — матрица ковариаций ошибок решения.

Аналогично определяются оценки $R_{xx}^{(l)}$, $R_{yy}^{(l)}$, $R_t^{(l)}$, $R_x^{(l)}$, $R_y^{(l)}$, $R_z^{(l)}$ значений производных R_{xx}, R_{yy}, R_t, R_x, R_y, R_z.

Подставляя полученные оценки в (1), получим наилучшую в среднем квадратическом смысле оценку $\overline{Q}(t_k)$ мощности $Q(t_k)$, $k = 1, 2, \ldots, N$.

Описанный алгоритм реализован в программном продукте «MFKB» на языке программирования MATLAB C/C++ Math Library 2.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Семенчин Е. А.* Аналитические решения краевых задач в математической модели атмосферной диффузии. Ставрополь: СКИУУ, 1993, 141 с.
2. *Сизиков В. С.* Устойчивые методы обработки результатов измерений. СПб.: Изд-во «СпецЛит», 1999, 240 с.
3. *Тихонов А. Н.*, *Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Физматлит, 1979, 142 с.