А. С. Ч о п ч и я н (Старый Оскол, СТИ НИТУ МИСиС). **О разрешимости краевой задачи электродиффузионного переноса двухкомпонентной смеси около ионоселективной мембраны.**

Рассматривается стационарный процесс электродиффузионного переноса двухкомпонентной смеси во внешнем электрическом поле около ионоселективной мембраны. Действие электрического поля предполагается таким, что вектор плотности возникающего в системе тока ортогонален поверхностям мембраны. Модельная задача в рамках приближения Нернста [1] описывает процесс электродиффузии в подобласти, непосредственно примыкающей к поверхности мембраны и называемой *диффузионным слоем.* В рассматриваемой модели пренебрегается конвективным движением раствора, а перенос заряженных компонентов осуществляется за счет двух механизмов — диффузии и миграции.

Краевая задача, описывающая рассматриваемый процесс, имеет вид [2]:

$$\frac{dC_i}{dX} = -\eta z_i \frac{d\Phi}{dX} C_i + (-1)^i \beta_i J, \qquad i = 1, 2, \tag{1}$$

$$\mu^2 \frac{d^2\Phi}{dX^2} = -\gamma_1 C_1 + \gamma_2 C_2, \tag{2}$$

$$X = 0: \quad C_i(0) = C_i^0, \quad \Phi(0) = 0; \qquad X = 1: \quad \Phi(1) = -\Delta\Phi < 0, \tag{3}$$

где $C_1(X)$, $C_2(X)$, $\Phi(X)$ — неизвестные функции — приведенные концентрации двух сортов ионов и электрический потенциал, рассматриваемые при $X \in [0, 1]$, J — константа, характеризующая плотность тока в смеси. Остальные величины — заданные положительно определенные параметры, описывающие внутренние свойства процесса, при этом μ^2 — малый параметр.

Исключив из системы (1)–(2) функции $C_i(X)$, $i = 1, 2$, для определения потенциала $\Phi(X)$ получим нелинейное интегро-дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \mu^2 \frac{d^2\Phi}{dX^2} = & -\gamma_1 \left[C_1^0 \exp\{-\eta z_1 \Phi(X)\} - \beta_1 J \int_0^X \exp\{\eta z_1 (\Phi(X_1) - \Phi(X))\}\, dX_1 \right] \\ & + \gamma_2 \left[C_2^0 \exp\{-\eta z_2 \Phi(X)\} + \beta_2 J \int_0^X \exp\{\eta z_2 (\Phi(X_1) - \Phi(X))\}\, dX_1 \right], \end{aligned} \tag{4}$$

которое должно удовлетворять граничным условиям

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(1) = -\Delta\Phi. \tag{5}$$

В определенных (естественных) условиях на коэффициенты установлена разрешимость уравнения (4) в конусе отрицательных функций, получено решение «вырожденной» задачи (при $\mu = 0$), исследованы методы численного решения. Так, классическая Ньютоновская линеаризация приводит к итерационному процессу для линейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром:

$$\mu^2 \frac{d^2 u^n}{dx^2} + b^n(x) u^n(x) + \int_0^x d^n(x, x_1) u^n(x_1)\, dx_1 = f^n(x), \quad u^n(0) = u^n(1) = 0,$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$, решение которого может быть реализовано методом прогонки на специальной неравномерной сетке. Отметим, что при нахождении потенциала $\Phi(X)$ значения концентраций $C_{1,2}(X)$ определяются однозначно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Заболоцкий В. И.*, *Никоненко В. В.* Перенос ионов в мембранах. М.: Наука, 1996, 396 с.
2. *Коржов Е. Н.*, *Чопчиян А. С.* Математическое моделирование электродиффузионного процесса переноса около ионоселективной мембраны с учетом объемного электрического заряда. — Сорбционные и хроматографические процессы, 2007, т. 7, № 5, с. 815.