А. Б. Зинченко (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Классификация, генерирование и приложения сбалансированных множеств.**

Одной из нерешенных проблем теории кооперативных игр, моделирующих процесс принятия решений в условиях неантагонистического конфликта, является описание семейства Re_n сбалансированных множеств $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_k\}$ ($\varnothing \neq P_i \subset N = \{1, 2, \ldots, n\}$, $|P| \leqslant n$) для произвольного n. Сбалансированные множества были введены для компактного представления вершин специального многогранника $M_n = \{\lambda \in \mathbf{R}_+^{2^n-2}\colon \sum_{S\colon i \in S,\, \varnothing \neq S \subset \mathbf{N}} \lambda_S = 1,\ i \in \mathbf{N}\}$. Множества $P \in \mathrm{Re}_n$, соответствующие целочисленным вершинам M_n, используются в дискретной оптимизации. Все элементы семейства Re_n определяют конус сбалансированных игр (N, ν), где $\nu\colon\ 2^N \to \mathbf{R}$. Подмножества Re_n дают аналитическое описание некоторых других классов игр. Сбалансированные множества имеют приложения в вычислительных алгоритмах, учебном процессе (для генерирования практически неограниченного количества несовпадающих тестов и контрольных заданий), при аксиоматической характеризации решений, выводе достаточных условий сбалансированности игры и т. д. Известны все элементы семейств Re_3–Re_5, причем $|\mathrm{Re}_3| = 5$, $|\mathrm{Re}_4| = 41$, $|\mathrm{Re}_5| = 1301$. Сбалансированные множества считаются эквивалентными, если они отличаются нумерацией элементов.

Предлагается новое разбиение Re_n на классы эквивалентности $\mathrm{Re}_n = X_n \cup Y_n \cup Z_n$, где X_n — семейство множеств, не содержащих вложенные и непересекающиеся коалиции, Y_n — семейство множеств, содержащих вложенные коалиции, но не содержащих непересекающиеся коалиции, Z_n — все остальные множества. Условия сбалансированности супераддитивной игры, соответствующие Z_n, являются зависимыми. Предлагается и обосновывается метод порождения $X_n \cup Y_n$ с помощью $X_{n,n} = \{P \in X_n\colon\ |P| = n\}$. Для нахождения множества $X_{n,n}$ вводится граф G_n, вершины которого соответствуют коалициям P_i ($1 < |P_i| < n$, $i \in \mathbf{N}$), а ребра соединяют пересекающиеся, но не вложенные коалиции. Дополнение к G_n имеет веерную структуру. Каждому $P \in X_{n,n}$ соответствует клика мощности n графа G_n. Использование специфики графа G_n и алгоритма выделения клик существенно сокращает объем вычислений по сравнению с общими методами поиска вершин многогранника.