

А. Н. Зубков (Таганрог, Филиал ДГТУ). **Характеристический признак поверхности F^{n-2} в \mathbf{E}^n , $n \geq 4$, ранга $q = n - 2$ и с плоской нормальной связностью.**

Рассмотрим нормальное сечение $\gamma = \gamma(x, \bar{t})$ поверхности F^{n-2} в точке $x \in F^{n-2}$ в направлении единичного вектора \bar{t} , лежащего в касательной плоскости $T_x F^{n-2}$ к F^{n-2} в точке x , с трехмерной плоскостью \mathbf{E}^3 , натянутой на \bar{t} и нормальное пространство $N_x F^{n-2}$ к F^{n-2} в точке x . Тогда кривизна $k_N = k_N(x, \bar{t})$ и кручение $\kappa_N = \kappa_N(x, \bar{t})$ этой кривой γ в \mathbf{E}^3 являются соответственно нормальной кривизной и нормальным кручением поверхности F^{n-2} в точке x по направлению вектора \bar{t} . Так как F^{n-2} имеет ранг $q = n - 2$, т. е. тангенциально невырождена, то $k_N(x, \bar{t}) \neq 0$ для любых $x \in F^{n-2}$ и $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$. По своему построению $k_N(x, \bar{t})$ и $\kappa_N(x, \bar{t})$ являются инвариантами нормального оснащения $N_x F^{n-2}$, $x \in F^{n-2}$, и зависят только от точки $x \in F^{n-2}$ и направления $\bar{t} \in F^{n-2}$ в этой точке, т. е. они являются характеристиками на F^{n-2} (см. [1]). В работе [2] доказано, что если поверхность F^{n-2} евклидова пространства \mathbf{E}^n , $n \geq 4$, класса C^3 тангенциально невырождена и имеет нулевое нормальное кручение $\kappa_N(x, \bar{t}) \equiv 0$ в каждой точке $x \in F^{n-2}$ и по любому направлению $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$, то на ней существует сеть из линий кривизны. Как известно, существование сети из линий кривизны на F^m в \mathbf{E}^n , $n > m$, является необходимым и достаточным условием, чтобы ее формы нормальной кривизны $\Omega_\alpha^\beta \equiv 0$ на F^m , и, следовательно, F^m имеет плоскую нормальную связность (см. [1]). На основании этого и результатов работы [2] получаем следующее утверждение.

Теорема. Пусть поверхность $F^{n-2} \subset \mathbf{E}^{n-2}$, $n \geq 4$, класса C^3 является тангенциально невырожденной и в каждой точке $x \in F^{n-2}$ и по любому направлению $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$ ее нормальное кручение $\kappa_N(x, \bar{t}) \equiv 0$. Тогда F^{n-2} имеет плоскую нормальную связность.

Так как $k_N(x, \bar{t})$ и $\kappa_N(x, \bar{t})$ являются характеристиками на $F^{n-2} \subset \mathbf{E}^n$, $n \geq 4$, то эта теорема дает характеристический признак того, чтобы поверхность коразмерности два в евклидовом пространстве \mathbf{E}^n , $n \geq 4$, имела плоскую нормальную связность.

Как известно, существуют поверхности F^m коразмерности два с плоской нормальной связностью в евклидовом пространстве, для которых, однако, $\kappa_N(x, \bar{t}) \neq 0$ в каждой точке $x \in F^m$ и для любого направления $\bar{t} \in T_x F^m$. Поэтому на основании данной теоремы возникает необходимость изучения в общем случае строения и свойств поверхностей F^m в \mathbf{E}^n , $n > m$, с плоской нормальной связностью и с нулевым нормальным кручением (см. [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубков А. Н. Теория инвариантов нормального оснащения m -мерных полос на подмногообразиях F^m евклидова пространства \mathbf{E}^n , $n > m$, и ее системное применение в теории многомерных поверхностей. Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2009, 311 с.
2. Зубков А. Н. Один характеристический признак существования сети из линий кривизны на поверхности F^{n-2} в \mathbf{E}^n , $n \geq 4$, ранга $q = n - 2$. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 16, в. 1, с. 148–149.