

Ф. И. Ц и т о в и ч (Москва, ИППИ РАН). **Робастность и субоптимальные статистические решения в задачах последовательной проверки гипотез.**

В [1] выделены четыре главных типа отклонений в результатах наблюдений: 1) появление больших ошибок; 2) округление и группировка данных наблюдений; 3) рассматриваемая параметрическая статистическая модель является приближенным описанием механизма формирования результатов наблюдений, основанным, как правило, на предельных теоремах теории вероятностей и не учитывающим погрешность в предельной теореме; 4) предположения о независимости результатов наблюдений или выполнение некоторых предположений о корреляционной структуре выполняются лишь приближенно.

Указанные отклонения по-разному оказывают влияние на принимаемое статистическое решение.

Для устранения влияния первого фактора обычно предлагается провести анализ результатов наблюдений и устранить резко выделяющиеся наблюдения. Если в задачах оценивания параметров распределений, где оценка строится по большей части выборки, такой подход может быть оправданным, то в задаче проверки гипотез это может привести к значительной потере мощности критерия, поскольку наблюдаемые выбросы могут свидетельствовать о справедливости альтернативной гипотезы.

В работе, представленной данным докладом, анализируется проблема выбросов в наблюдениях, которые часто интерпретируются как ошибочные наблюдения и отбрасываются. Такой подход приводит к значительной потере мощности критериев проверки статистических гипотез. Для уменьшения неблагоприятных последствий такого подхода часто используются критерии, в которых наблюдения выбираются с различными весами, чтобы уменьшить влияние «ошибочных» наблюдений. Это приводит к тому, что строятся различные статистические критерии, которые в одних случаях работают хорошо, а в других — плохо. Цель работы состоит в выделении факторов, определяющих выбор весов, с которыми необходимо учитывать наблюдения выборки; при этом должна сохраняться робастность критерия, а эффективность критерия, по сравнению с соответствующим оптимальным критерием, должна падать минимально возможно.

Представляется, что более правильный подход состоит в том, чтобы расширить множество возможных распределений \mathcal{P} таким образом, чтобы получающиеся результаты наблюдений не противоречили априорным предположениям и могли быть объяснены наличием факторов, влияющих на результаты наблюдений, влияние которых на распределение результатов наблюдений учтено в \mathcal{P} .

Основное внимание в предлагаемом подходе уделяется третьему из указанных в [1] фактору. Так, в [2] рассматривалась статистическая модель, в которой \mathcal{P} представляло собой множество вероятностных распределений на отрезке с равномерной оценкой погрешности описания плотности распределения, а в [3] рассмотрено обобщение на случай распределений с экспоненциально убывающими хвостами распределений, причем скорость убывания точно не известна. В зависимости от предположений о скорости убывания хвостов распределений возможен учет этих наблюдений с различными весами и, как частный случай, допустимо отбрасывание этих наблюдений.

Анализ свойств субоптимальных решающих правил показывает, что мощность робастного критерия принятия решения зависит от априорных предположений о множестве \mathcal{P} : а) если множество \mathcal{P} слишком мало, т. е. не содержит наблюдаемое распределение, то критерий принятия решения может не гарантировать заданную вероятность ошибки первого рода; б) если множество \mathcal{P} слишком велико, то падает мощность критерия, поскольку уменьшается значение главного члена функции риска соответствующего субоптимального решающего правила; в) при определенных предположениях о свойствах множества \mathcal{P} , в особенности о свойствах гладкости распределений, переход к более грубым вероятностным моделям может оказаться оправ-

данным, поскольку субоптимальные решающие правила для таких моделей будут более эффективными, чем для исходных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хампель Ф., Рончетти Э., Рауссеу П., Штаэль В. Робастность в статистике: Подход на основе функций влияния. М.: Мир, 1989.
2. Цитович Ф.И. Некоторые субоптимальные последовательные правила проверки гипотез. — В сб.: Труды 30-й конференции молодых ученых и специалистов ИП-ПИ РАН «Информационные технологии и системы ИТиС'07». М.: ИППИ РАН, 2007, с. 110–115.
3. Цитович Ф.И. Субоптимальная последовательная проверка непараметрических гипотез о распределениях с экспоненциально убывающими хвостами. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 2, с. 315–316.