

А. Н. Б е с т у ж е в а (Санкт-Петербург, ПГУПС). **Задача о дифракции гравитационных волн на конусе при смешанном граничном условии на поверхности конуса.**

Задачи дифракции гравитационных волн вокруг бесконечного конуса, погруженного в бесконечную жидкость, с вершиной, лежащей на свободной поверхности, рассматривались в основном для граничного условия второго рода на поверхности конуса (абсолютно непроницаемого дна) [1, 2]. Математическая постановка задач ставилась для идеальной несжимаемой жидкости в рамках линейной дисперсионной теории. Для функции потенциала скорости φ были получены аналитические выражения. В докладе на основе разработанного метода предлагается обобщение задачи, допуская смешанное условие на поверхности конуса, так же как и на свободной поверхности. Исследуется волновое движение жидкости, для которой на поверхности конуса справедливо условие $\varphi_n + \lambda\varphi = f(x, y, z)$. Тогда математическая постановка задач сводится к задаче математической физики для уравнения Лапласа с граничными условиями III-го типа. Задачи решались для различных видов генерации волнового движения — возмущение поверхности конуса и «плоская» волна, идущая из бесконечности. При этом в граничном условии III-го типа на поверхности конуса функция $f(x, y, z)$ характеризует перемещение поверхности конуса, если волновое движение вызывается перемещением поверхности конуса; в случае, если волновое движение вызывается «плоской» волной, идущей из бесконечности, функция $f(x, y, z) = 0$. Параметр $\lambda \geq 0$, и при $\lambda = 0$ задача сводится к ранее решенным в [1, 2]. Наличие граничного условия III-го типа на поверхности конуса значительно усложняет процесс получения аналитического решения. Тем не менее, удается свести решение к функциональному уравнению $\Psi(v+2) + A(v)\Psi(v+1) + B(v)\Psi(v) = C(v)$ для функции $\Psi(v)$, через которую выражаются значения для потенциала скорости. Коэффициенты функционального уравнения зависят от функций Лежандра первого рода различных порядков и их производных. Функциональное уравнение разрешимо для предельных случаев угла наклона γ поверхности конуса к свободной поверхности, а именно, $\gamma \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow \pi/2$. Чтобы сохранить зависимость решения от угла раствора конуса, была проведена линеаризация задачи. В предположении, что угол между свободной поверхностью жидкости и поверхностью конуса мал, интегрирование уравнения Лапласа по переменной глубине с учетом граничных условий сводит это уравнение к известному виду [3]. Аналитический вид решения задач содержит как зависимость от угла наклона поверхности конуса к свободной поверхности, так и параметр λ , который содержится в аргументах функций Бесселя и гармониках функций, обеспечивающих возмущение волновой поверхности. Для исследования качественной картины возмущенного волнового движения можно ограничиться визуализацией только нулевой гармоники. Графическое построение поведения нулевой гармоники в разрезе по оси $x(r)$ было выполнено при углах наклона между свободной поверхностью и поверхностью конуса 3, 6 и 9 градусов для различных значений параметра λ , включая предельный случай $\lambda = 0$, соответствующий случаю абсолютно непроницаемого дна (окрестность вершины конуса вырезалась). Анализ полученных картин показывает, что при заданном значении угла раствора конуса с увеличением значения параметра λ амплитуда и частота дифракционной составляющей возмущенного волнового движения при приближении к вершине конуса уменьшаются. Полученные результаты позволяют связывать параметр λ с такой физической характеристикой, как проницаемость поверхности конуса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бестужева А. Н. Задача о дифракции волн на конусе. — Вестник СПбГУ, серия 1, 2008, в. 4, с. 102–109.
2. Бестужева А. Н. Волновые движения жидкости вокруг конуса, вызванные подвижкой дна. —Сб.: Труды IX Всероссийской конференции «Прикладные техно-

логии гидроакустики и гидрофизики», 2008, с. 473–477.

3. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. М.: Наука, 1966.