О. Б. З а й ц е в а (Армавир, АГПУ). **Исследование вероятностных характеристик системы защиты.**

В работе, представленной данным докладом, исследована модель безопасности, описывающая процессы, связанные с охраной объектов. В этой модели есть внешние воздействия (попытки проникновения в защищаемую систему) и есть система защиты, которая призвана парировать возникающие угрозы. Система защиты может находиться в различных состояниях, от которых зависит качество ее функционирования.

1. *Эволюция системы защиты*: а) система защиты может отказывать, ξ — время безотказной работы, $F(x) = \mathbf{P}\{\xi < x\}$; б) появившийся отказ самостоятельно не проявляется; в) для определения состояния системы проводятся проверки через время η, $G(x) = \mathbf{P}\{\eta < x\}$; г) при обнаружении отказа после проверки система полностью обновляется за время γ_2, $F_2(x) = \mathbf{P}\{\gamma_2 < x\}$; д) если при проверке выясняется, что система не отказала, то проводится предупредительная профилактика длительностью γ_1, $F_1(x) = \mathbf{P}\{\gamma_1 < x\}$, также полностью обновляющая систему.

2. *Поток внешних воздействий*: пуассоновский процесс с параметром λ.

П о с т а н о в к а з а д а ч и: определить вероятностные характеристики момента первого попадания внешнего воздействия на период неработоспособности системы защиты.

Р е ш е н и е з а д а ч и. Известно [2], что математическое ожидание $M_i = \mathbf{M}(\tau|\xi(0) = i)$ времени τ до катастрофы при условии, что процесс стартует из состояния $i \in E$, является дробно-линейным функционалом относительно управляющего распределения $G(x)$. Поэтому максимум можно искать в классе вырожденных распределений.

Если профилактики назначать через время u, то для математических ожиданий M_i получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}M_0(u) &= M_1[1-F(u)] + u[1-F(u)] \\ &\qquad + M_2\int_0^u e^{-\lambda(u-z)}\,dF(z) + \int_u^\infty\left[\int_0^x e^{-\lambda(x-z)}\,dF(z) + F(u) - F(x)\right]dx,\\ M_i(u) &= M_0(u)\int_0^\infty e^{-\lambda y}\,dF_i(y) + \int_0^\infty e^{-\lambda t}[1-F_i(t)]\,dt, \qquad i = 1,2.\end{aligned}$$

Решение задачи сводится к поиску максимума $M_0(u_0) = \max_{0\leqslant u<\infty} M_0(u)$ и определению оптимального управления u_0.

Теорема (ср. с [1]). *Если* $\lambda \to 0$, *то* $\mathbf{P}\{\tau\, q/T > t|\xi(0) = i\} = e^{-t}$, *где*

$$\begin{aligned}T = &\int_0^\infty\left\{u[1-F(u)] + \int_0^u\left(x + \frac{1}{\lambda} + \left(u + \frac{1}{\lambda}\right)e^{-\lambda(u-x)}\right)dF(x)\right\}dG(u)\\ &+\int_0^\infty[1-F(u)]\,dG(u)\int_0^\infty e^{-\lambda x}[1-F_1(x)]\,dx + \int_0^\infty F(u)\,dG(u)\int_0^\infty e^{-\lambda x}[1-F_2(x)]\,dx,\\ q = &\int_0^\infty\left\{1-F(u) + \int_0^u e^{-\lambda(u-x)}\,dF(x)\right\}dG(u)\\ &+\int_0^\infty[1-F(u)]\,dG(u)\int_0^\infty e^{-\lambda x}\,dF_1(x) + \int_0 \infty F(u)\,dG(u)\int_0^\infty e^{-\lambda x}\,dF_2(x).\end{aligned}$$

Нормирующий множитель T/q определяет математическое ожидание τ времени до катастрофы (в предельном случае $\lambda \to 0$). Относительно меры $G(x) = \mathbf{P}\{\eta < x\}$ это математическое ожидание является дробно-линейным функционалом, максимум которого достигается на вырожденном распределении [2]. Поэтому при малых λ оптимальный период проведения плановых профилактик определяется как точка максимума функции $T(u)/q(u)$, где

$$
\begin{aligned}
T(u) &= u[1-F(u)] + \int_0^x \left(x + \frac{1}{\lambda} + \left(u + \frac{1}{\lambda} \right) e^{-\lambda(u-x)} \right) dF(x) \\
&\qquad + [1-F(u)] \int_0^\infty e^{-\lambda x} [1 - F_1(x)]\, dx + F(u) \int_0^\infty e^{-\lambda x} [1 - F_2(x)]\, dx, \\
q(u) &= 1 - F(u) + \int_0^u e^{-\lambda(u-x)}\, dF(x) \\
&\qquad + [1-F(u)]\, dG(u) \int_0^\infty e^{-\lambda x}\, dF_1(x) + F(u) \int_0^\infty e^{-\lambda x}\, dF_2(x).
\end{aligned}
$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Каштанов В.А.*, *Янишевский И.М.* Исследование функционалов на траекториях полумарковского процесса с конечным множеством состояний. — В сб.: Кибернетика и системный анализ. № 1. Киев: АН Украины, 1998.
2. *Барзилович Е. Ю.*, *Беляев Ю. К.*, *Каштанов В. А.*, *Коваленко И. Н.*, *Соловьев А. Д.*, *Ушаков И. А.* Вопросы математической теории надежности / Под ред. Б. В. Гнеденко. М.: Радио и связь, 1983, 376 с.