С. В. Павликов, **Ю. В. Петровичева** (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением твердого тела с измерением и без измерения скоростей.**

Рассматривается задача о стабилизации заданного поступательно-вращательного движения твердого тела.

Пусть $O\xi\eta\zeta$ есть инерциальная система координат, O_1XYZ — неинерциальная система, центр которой O_1 движется относительно $O\xi\eta\zeta$ со скоростью $\mathbf{v}(t)$, а сама система вращается по отношению к $O\xi\eta\zeta$ с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}(t)$; $C\alpha\beta\gamma$ — система координат, неизменно связанная с телом, точка C совпадает с центром масс тела.

Возмущенное движение тела по отношению к O_1XYZ будет определяться радиусом-вектором $\mathbf{x} = \overline{O_1C} = (x_1, x_2, x_3)'$, относительной поступательной скоростью $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)'$, относительной угловой скоростью $\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3)'$ в проекциях на оси $C\alpha yz$, а также параметрами Родриго–Гамильтона $(\lambda_0, \boldsymbol{\lambda}') = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.

Уравнения возмущенного движения тела составят следующие кинематические и динамические уравнения:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\mathbf{x}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{z}) \times \mathbf{x} = \mathbf{y},\\
&m\frac{d\mathbf{y}}{dt} + m(\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{z}) \times \mathbf{y} + m\mathbf{z} \times \mathbf{v}(t) = \mathbf{Y},\\
&I\frac{d\mathbf{z}}{dt} + \mathbf{z} \times I\mathbf{z} + \mathbf{z} \times I\boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times I\mathbf{z} = \mathbf{M},\\
&2\dot{\lambda}_0 = -\lambda_1 z_1 - \lambda_2 z_2 - \lambda_3 z_3,\\
&2\dot{\lambda}_1 = \lambda_0 z_1 + \lambda_2(z_3 + 2\omega_3) - \lambda_3(y_2 + 2\omega_2), \qquad (1,2,3)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где m — масса, I — его тензор инерции в осях $Cxyz$, $(1,2,3)$ — круговая перестановка последнего уравнения, $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{M}$ — управляющие сила и момент.

Заданному движению тела, при котором система $Cxyz$ совпадает с O_1XYZ, соответствует невозмущенному движению системы

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} = \mathbf{z} = \boldsymbol{\lambda} = 0, \quad \lambda_0 = 1. \tag{2}$$

Теоремы из [1] позволяют построить $(\mathbf{Y}, \mathbf{M})$, обеспечивают глобальную стабилизацию (2) с измерением относительных скоростей и координат в виде

$$\mathbf{Y} = -P(t)\mathbf{y} - R(t)\mathbf{x}, \quad \mathbf{M} = -S(t)\mathbf{y} - c(t)\boldsymbol{\lambda},$$

где P, Q, S: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^{3\times3}$, c: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$ есть соответственно подобранные непрерывные матрицы и скалярные функции.

Согласно [2, 3], эта же задача без измерения скоростей решается управлениями вида

$$\mathbf{Y} = -Q(t)\mathbf{x} - \int_0^t P(t,\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau, \quad \mathbf{M} = -C(t)\boldsymbol{\lambda} - \int_0^t S(t,\tau)\boldsymbol{\lambda}(\tau)\,d\tau,$$

где Q, C: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^{3\times3}$, P, S: $\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^{3\times3}$ есть соответственно подобранные непрерывные матрицы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (проект МД-7549.2010.1), АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (2.1.1/6194) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013г.г. (НК-408П, П/2230).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андреев А. С.*, *Перегудова О. А.* К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости. — Доклады Академии наук, 2005, т. 400, № 5, с. 621–624.
2. *Андреев А.С.*, *Хусанов Д.Х.* К методу функционалов Ляпунова в задаче об асимптотической устойчивости и неустойчивости. — Дифференциальные уравнения, 1998, т. 34, № 7, с. 876–885.
3. *Павликов С. В.* Знакопостоянные функционалы Ляпунова в задаче об устойчивости функционально-дифференциального уравнения. — ПММ, 2007, т. 71, в. 3, с. 377–388.