

Н. А. Колодий, Т. И. Колодий (Волгоград, ВолГУ, НИИГТП).
Вероятностная модель рассеивания выброса точечного источника переменной мощности в приземном слое атмосферы.

Целью работы, представленной данным докладом, является рассмотрение вероятностной модели рассеивания выброса точечного источника переменной мощности в терминах стохастических параболических уравнений. Данная модель позволяет адекватно оценить последствия аварийных выбросов и является обобщением модели мгновенного точечного источника [3], которая применялась при выполнении работ по оценке риска для здоровья населения, проживающего в зоне влияния промышленных выбросов химически опасных производств [4].

Предположим, что в момент времени $t = t_0$ в точке $(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$ начал происходить выброс вещества мощности $Q(t)$ в результате действия точечного источника переменной мощности. Пусть $\xi(t, x, y)$ обозначает концентрацию примеси вещества в приземном слое атмосферы в момент времени $t > t_0$ в точке $(x, y) \in \mathbf{R}^2$. Считаем, что рассеивание примеси вещества в атмосфере происходит под воздействием процесса диффузии в случайном поле скоростей $(a(t) + \alpha(t)\dot{\mathbf{w}}_1(t); b(t) + \beta(t)\dot{\mathbf{w}}_2(t))_{t \geq t_0}$, где $(\mathbf{w}_1(t))_{t \geq t_0}$ и $(\mathbf{w}_2(t))_{t \geq t_0}$ — независимые стандартные винеровские процессы, определенные на некотором вероятностном пространстве с фильтрацией $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq t_0}, \mathbf{P})$. В соответствии с общими идеями построения моделей турбулентной диффузии [1, 2], полагаем, что $\xi(t, x, y)$ является решением стохастического параболического уравнения Ито

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \xi(t, x, y)}{\partial t} + \frac{\partial \xi(t, x, y)}{\partial x} [a(t) + \alpha(t)\dot{\mathbf{w}}_1(t)] + \frac{\partial \xi(t, x, y)}{\partial y} [b(t) + \beta(t)\dot{\mathbf{w}}_2(t)] + c(t)\xi(t, x, y) \\ &= \frac{\mu(t)}{2} \frac{\partial^2 \xi(t, x, y)}{\partial x^2} + \frac{\nu(t)}{2} \frac{\partial^2 \xi(t, x, y)}{\partial y^2} + Q(t)\delta(x - x_0, y - y_0), \\ & \xi(t_0, x, y) = Q(t_0), \quad \lim_{x, y \rightarrow 0} \xi(t, x, y) = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2, \quad 0 < t_0 < t < \tau, \end{aligned}$$

где δ — дельта-функция Дирака, $Q(t)$ — неотрицательная непрерывная функция, непрерывная функция $c(t)$ определяет возможность изменения концентрации за счет оседания на поверхность тяжелой примеси, перемещения вещества в верхние слои атмосферы или изменения концентрации в результате химических превращений, параметры μ, ν, α, β — коэффициенты диффузии [2], τ — момент прекращения функционирования непрерывного источника.

Решением представленного уравнения называем такое случайное поле ξ , что: 1) для любых x и y случайный процесс $(\xi(t, x, y))_{t \geq t_0}$ согласован с фильтрацией $(\mathcal{F}_t)_{t \geq t_0}$; 2) для любых фиксированных $0 < s < t < \tau$ и $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ имеем

$$\begin{aligned} & \xi(t, x, y) - \xi(s, x, y) + \int_s^t \frac{\partial \xi(v, x, y)}{\partial x} [a(v) dv + \alpha(v) d\mathbf{w}_1(v)] \\ &+ \int_s^t \frac{\partial \xi(v, x, y)}{\partial y} [b(v) dv + \beta(v) d\mathbf{w}_2(v)] + \int_s^t c(v)\xi(v, x, y) dv \\ &= \int_s^t \frac{\mu(v)}{2} \frac{\partial^2 \xi(v, x, y)}{\partial x^2} + \frac{\nu(v)}{2} \frac{\partial^2 \xi(v, x, y)}{\partial y^2} + Q(v)\delta(x - x_0, y - y_0) dv \text{ п. н.}, \\ & \xi(t_0, x, y) = Q(t_0), \quad \lim_{x, y \rightarrow 0} \xi(t, x, y) = 0. \end{aligned}$$

Как правило, в случае моделирования выброса стационарного источника полагают, что коэффициенты турбулентной диффузии зависят от пространственных переменных. В рассматриваемом случае наиболее естественным является предположение, что коэффициенты турбулентной диффузии зависят от средней длины пути, пройденного центром облака выброса за время t . В докладе излагаются методы статистического оценивания функций одного из представлений для коэффициентов по

дискретным наблюдениям концентрации вещества в атмосфере, образованной в результате выброса точечного источника переменной мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Ленинград: Гидрометеиздат, 1985, 272 с.
2. Chow P.L. Generalized solution of some stochastic P.D.E.'s in turbulent diffusion. — Stochast. Process. Phys. and Eng., 1988, p. 63–74.
3. Колодий Т. И. Стохастическая модель мгновенного точечного источника. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 668–669.
4. Filatov B., Kolodii T., Wolff S., Özkaynak H., Larson B., Shaposhnikov D., Avaliani S., Vishnavetskaya L. Assessing chronic health risks from stationary source air emissions in Volgograd, Russia. — Air Pollution in the Ural Mountains, eds. I. Linkov and R. Wilson. Kluwer Academic Publishers, 1998, p. 231–237.