

**Н. А. Баранов, И. Н. Маслякова** (Москва, ВЦ РАН, РЭА). **Оценивание непрерывным показателем качества уровня знаний обучаемого при заданном объеме тестирования.**

Исходной информацией для получения оценки  $\theta^*$  уровня знаний обучаемого является вектор показателей трудности совокупности тестовых заданий  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ , выполненных обучаемым, а также вектор показателей качества ответов на тестовые задания  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ .

Предлагая обучаемому тестовое задание с уровнем сложности  $\omega$ , наблюдаем качество ответа  $w$  с некоторой ошибкой  $\xi$ :  $w = F(\omega, \theta) + \xi$ . В результате наблюдения выполнения тестовых заданий получаем вектор наблюдений  $w_j = F(\omega_j, \theta) + \xi_j$ , где  $\omega^{(n)} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  есть вектор, каждая компонента которого является уровнем сложности соответствующего тестового задания.

Необходимо найти оценку  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta_0$ , характеризующего уровень знаний обучаемого.

Введем в рассмотрение средние эмпирические потери на основе вектора  $\mathbf{w}^{(n)} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  наблюдений качества выполнения тестового задания заданного объема:

$$J_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Phi(w_j - F(\omega_j, \tilde{\theta})),$$

где  $\Phi$  — функция потерь, и оценку  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta_0$  будем определять из условия минимума средних потерь:

$$\tilde{\theta} = \arg \min_{\vartheta} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Phi(w_j - F(\omega_j, \vartheta)).$$

Оценка уровня знаний обучаемого в случае наличия априорных данных об уровне знаний обучаемых по результатам промежуточного контроля определяется из уравнения

$$\sum_{j=1}^n \Phi''(w_j - F(\omega_j, \tilde{\theta}))(w_j - F(\omega_j, \tilde{\theta})) \frac{\partial F(\omega_j, \tilde{\theta})}{\partial \tilde{\theta}} = 0.$$

Предположим, что по результатам промежуточного или предварительного контроля известна априорная оценка  $\tilde{\theta}_0$  уровня знаний обучаемого. В качестве априорной оценки  $\tilde{\theta}_0$  может также рассматриваться некоторая среднестатистическая оценка, характерная для той категории, к которой принадлежит данный конкретный обучаемый, например, математическое ожидание уровня знаний для данной категории обучаемых. Для случая квадратичного критерия качества  $\Phi(\varepsilon)$  оценка уровня знаний может быть найдена на основе итерационной процедуры вида

$$\tilde{\theta}_{k+1} = \tilde{\theta}_k + \sum_{j=1}^n \frac{\partial F(\omega_j, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}} (w_j - F(\omega_j, \tilde{\theta}_k)) / \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial F(\omega_j, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}} \right)^2.$$

Заметим, что в частном случае выполнения обучаемым заданий одинакового уровня сложности уравнение для вычисления значения параметра  $\tilde{\theta}$  принимает вид  $F(\omega, \tilde{\theta}) = n^{-1} \sum_{j=1}^n w_j$ . Правая часть этого уравнения представляет собой среднее качество выполнения обучаемыми предложенных заданий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баранов Н. А., Маслякова И. Н.* Статистические процедуры оценивания уровня знаний. М.: ВЦ РАН, 2009.
2. *Баранов Н. А., Маслякова И. Н.* Вероятностные характеристики выполнения заданий обучаемым при оценивании качества непрерывным показателем. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 1, с. 126–127.