

Н. А. Баранов, И. В. Васильев (Москва, ВЦ РАН, ВУНЦ ВВС ВВА). Оптимизация затрат на предотвращение неблагоприятных событий, не приводящих к прекращению функционирования технической системы.

Рассмотрим систему, которая имеет два состояния: работоспособное и неработоспособное [1, 2]. В процессе ее функционирования с вероятностью $\pi(Q)$ возможно только одно неблагоприятное событие, в результате которого состояние системы не изменяется, т. е. система не прекращает своего функционирования. Однако в результате этого неблагоприятного события система несет дополнительные расходы l , связанные с компенсацией последствий неблагоприятного события. Вероятность $\pi(Q)$ зависит от затрат на предотвращение неблагоприятного события. Требуется определить затраты Q , максимизирующие соотношение «прибыль–затраты».

Система уравнений, описывающая изменение состояний системы, текущей прибыли $W(t)$ от ее функционирования и текущего риска $R(t)$, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dp(0, t)}{dt} &= -\lambda p(0, t), & \frac{dp(1, t)}{dt} &= \lambda p(1, t), \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \mu l \pi(Q) p(0, t), & \frac{dW(t)}{dt} &= w \mu p(0, t), \end{aligned}$$

где μ — интенсивность выполнения системой целевых задач, w — прибыль от выполнения одной задачи, λ — интенсивность выхода системы из строя.

Предполагая, что в начальный момент времени система находится в работоспособном состоянии, т. е. $p(0, 0) = 1$, получаем

$$p(0, t) = e^{-\lambda t}, \quad R(Q, t) = \mu \frac{l\pi(Q)}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}), \quad W(Q, t) = w \frac{\mu}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}).$$

Суммарный риск и суммарная прибыль функционирования за все время ее существования определяются из двух последних соотношений предельным переходом к пределу при $t \rightarrow \infty$: $Q(Q) = \mu l \pi(Q) / \lambda$, $W(Q) = w \mu / \lambda$.

Эффективность системы безопасности определяется показателем вида $\beta(Q) = w(Q\lambda/\mu + l\pi(Q))^{-1}$.

Оптимальные затраты на обеспечение безопасности определяются из уравнения $d\pi(Q)/dQ = -\lambda/(l\mu)$.

В частности, если вероятность неблагоприятного события как функция затрат Q описывается экспоненциальной зависимостью $\pi(Q) = e^{-\gamma Q}$, то оптимальные затраты будут равны $Q^* = -\ln(\lambda/(\gamma l\mu))/\gamma$.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ, проект № 10-07-00381, и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов Н. А., Васильев И. В. Модель динамики рисков, связанных с функционированием сложных технических систем. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 3.
2. Васильев И. В. Оптимизация затрат на безопасность функционирования технической системы. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 3.