

Е. М. Ж и т к о в а, И. Д. К о л е с и н (Санкт-Петербург, СПбГУ).
Задача очередности карантинных мер в системе городских школ.

Введение карантина в школах — одно из средств борьбы с эпидемией. Наряду с полным карантинном нынче применяют частичный карантин, состоящий в прекращении занятий лишь в отдельных школах, а если речь идет о конкретной школе, то — в отдельных классах. Частичный карантин в школе позволяет сдерживать рост заболеваемости, не нарушая учебный процесс в целом.

Заметим, что число заболевших за день и число отправленных в карантин за день можно рассматривать как две формы ущерба, наносимого учебному процессу. Задача директора школы состоит в минимизации общего ущерба: от заболеваемости и от карантина.

Поставим следующую задачу. Пусть в школе n классов с численностями учеников N_1, N_2, \dots, N_n и пусть $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ — уровень заболеваемости по классам (то и другое на текущий день). Имея в виду, что отправление i -го класса в карантин означает фактически уменьшение N_i до нуля, введем вектор управления u , состоящий из нулей и единиц: $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, где $u_i = 1$, если i -й класс отправляется в карантин, и $u_i = 0$, если класс не отправляется. Тогда, умножая скалярно вектор $N = (N_1, N_2, \dots, N_n)$ на вектор u , получим величину суточного ущерба от карантина: $K = \sum_{i=1}^n u_i N_i$.

Вместе с тем, отправление в карантин уменьшает суточную заболеваемость по школе. Введем вектор u' , ортогональный вектору u : $(u, u') = 0$. Так как отправление в карантин i -го класса означает фактически уменьшение λ_i до нуля, то величина суточного ущерба от заболеваемости найдется как $L = \sum_{i=1}^n u'_i \lambda_i$.

Рассматривая суточную заболеваемость и суточный объем карантина как суточные потери в числе учащихся, найдем общие суточные потери как $P = L + K = \sum_{i=1}^n (u_i \lambda_i + u'_i N_i)$.

Требуется найти такой вектор u , который обеспечивает получение $P(u) = \min_u$, $u \neq I$. Данная задача принадлежит к классу задач линейного программирования и решается одним из методов направленного перебора.

П р и м е р. Пусть в школе 3 класса с численностями учеников 28, 31, 25 и заболеваемостью (на данный день) 3, 2, 4. Исключая сначала по одному классу, затем по два, получим

$$P_1 = 34, \quad P_2 = 38, \quad P_3 = 30, \quad P_{13} = 55, \quad P_{12} = 63, \quad P_{23} = 59.$$

Минимальное значение потерь соответствует P_3 , т.е. оптимально оправить в карантин 3-й класс ($i = 3$).