И. В. З а й ц е в а, О. И. С к в о р ц о в а (Ставрополь, СГУ). **Расчет собственных значений как вариант оценки динамических свойств модели рынка труда.**

Расчет собственных значений может быть непосредственно использован для анализа динамических свойств модели рынка труда. Кроме того, такой расчет можно использовать при разработке критериев, алгоритмов и программ для эффективного воздействия на качество переходных процессов на исследуемом рынке, для разработки средств управления его устойчивостью.

Фундаментальные результаты по проблеме собственных значений опубликованы в монографии Дж. Уилкинсона [1], а также получены рядом других американских авторов: Голубом, Каханом, Бизингером, Мурнаганом, Райншем, Стренгом, Френсисом, Рутисхаузером, Лоусоном, Хэнсоном, Стюартом, Уитнером, работавших в рамках Национальной программы тестирования математического обеспечения США в 1970-х годах.

В перечисленных выше вычислительных средах используется программная реализация QR-алгоритма, которая наилучшим образом проявила себя еще в пакете программ по линейной алгебре EISPACK [2]. В состав программной реализации QR-алгоритма включаются три последовательно выполняемые процедуры: масштабирования исходной матрицы, приведения матрицы общего вида к верхней форме Хессенберга, нахождения собственных значений матрицы Хессенберга с помощью QR-алгоритма.

Процедура масштабирования относительно главной диагонали реализуется в виде преобразования подобия с диагональной матрицей $D = \mathrm{diag}\,(d_{ii})$, d_{ii} — целые степени основания используемой арифметики с плавающей запятой. В ходе масштабирования внедиагональные элементы исходной матрицы сближаются по величине. При этом матрица $D^{-1}WD$ может быть вычислена без округления. Вычисленные после масштабирования собственные числа часто бывают более точными, что впервые установлено в [3].

В случае приведения отмасштабированной матрицы к верхней форме Хессенберга получаем верхнюю матрицу Хессенберга G, у которой $g_{i,j} = 0$ при $i > j + 1$.

Приведение к верхней форме Хессенберга существенно уменьшает объем дальнейшей вычислительной работы по определению собственных значений. Все приведение выполняется за $(m-2)$ шага и осуществляется по столбцам с помощью элементарных устойчивых преобразований.

QR-алгоритм основан на представлении исходной матрицы в виде произведения двух матриц — ортогональной Q и верхней треугольной R.

Изложенный способ организационно схож с LU-разложением, выполняемым в методе Гаусса, только матрица преобразования в данном случае является ортогональной, а не нижней треугольной.

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проект № 08–02–00245.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Уилкинсон Дж.* Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука, 1970.
2. *Garbow B. S.*, *Boyle J. M.*, *Dongarra J. J.*, *Moler C. B.* Matrix eigensystem routines EISPACK guide extension. Berlin, Heidelberg, New Jork: Springer, 1977, v. VIII, 343 p. (Lecture Notes Computer Sci. 51).
3. *Parlett B. N.*, *Reinsch C.* Balancing a matrix for calculation of eigenvalues and eigenvectors. — Numer. Math., 1969, v. 13, p. 292–304. See also HACLA, 1969, p. 315–326.