А. М. А х т я м о в, **Р. Р. К у м у ш б а е в** (Уфа, БашГУ). **Обратная задача о восстановлении полинома в краевом условии.**

На практике часто встречается такие ситуации, когда спектральный параметр входит в краевые условия. В работах [1, 2] показано, что произвольный полином от спектрального параметра степени $(n-1)$ из задачи Штурма–Лиувилля однозначно восстанавливается по n ненулевым попарно различным собственным значениям. Однако в работах [1, 2] задача нахождения полинома от спектрального параметра исследовалась лишь в случае, когда краевые условия задачи Штурма–Лиувилля являются распадающимся. В работе, представленной данным докладом, получено обобщение этого результата для следующей краевой задачи:

$$y'' + p_1(x,\lambda)y' + p_2(x,\lambda)y = 0, \tag{1}$$

$$a_{11}(\lambda)y'(0) + a_{12}(\lambda)y(0) + a_{13}(\lambda)y'(1) + a_{14}(\lambda)y(1) = 0, \tag{2}$$

$$a_{21}(\lambda)y'(0) + a_{22}(\lambda)y(0) + a_{23}(\lambda)y'(1) + a_{24}(\lambda)y(1) = 0, \tag{3}$$

где λ — спектральный параметр, $x \in [0,1]$, $p_1(x,\lambda), p_2(x,\lambda)$ — непрерывно дифференцируемые функции по x и по λ, $a_{11}(\lambda), a_{12}(\lambda), a_{13}(\lambda), a_{14}(\lambda), a_{21}(\lambda), a_{22}(\lambda), a_{23}(\lambda)$ — непрерывно дифференцируемые функции по λ, причем $\sum_{j=1}^{4}|a_{ij}(\lambda)| \neq 0$, $i = 1, 2$, при любых λ; $a_{24}(\lambda)$ — полином вида $a_{24}(\lambda) = \sum_{j=0}^{n-1} a_{24}^{j}\lambda^{j}$, $(a_{24}^{j} \in \mathbf{C})$. Обозначим $y_1(x,\lambda), y_2(x,\lambda)$ линейно независимые решения дифференциального уравнения, удовлетворяющие в точке $x = 0$ условиям

$$y_1(0,\lambda) = 1, \quad y_2(0,\lambda) = 0, \quad y_1'(0,\lambda) = 0, \quad y_2'(0,\lambda) = 1.$$

Теорема. *Любые n ненулевых попарно различных собственных значений λ_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ задачи* (1)–(3), *для которых*

$$a_{21}(\lambda_i)y_2(1,\lambda_i) + a_{13}(\lambda_i)y_1'(1,\lambda_i)y_2(1,\lambda_i) - a_{11}(\lambda_i)y_1(1,\lambda_i) - a_{13}(\lambda_i)y_1(1,\lambda_i)y_2'(1,\lambda_i) \neq 0,$$

однозначно определяют n последовательных коэффициентов $a_{24}^{j}(\lambda_i)$ $(j = 0, 1, \ldots, n-1 \in \mathbf{N})$ краевого условия (3).

Можно привести контрпример, показывающий существенность условия теоремы. Таким образом показано, что и в случае нераспадающихся краевых условий теоремы, доказанной в [1, 2], сохраняет свою силу. А именно, произвольный полином от спектрального параметра степени $(n-1)$ из краевого условия задачи Штурма–Лиувилля с нераспадающимися краевыми условиями однозначно восстанавливается по n ненулевым попарно различным собственным значениям.

Полученные результаты могут быть применены к задаче акустической диагностики об определении параметров закрепления сложной механической системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ахтямов А. М.* Об определении краевого условия по конечному набору собственных значений. — Дифференциальные уравнения, 1999, т. 35, № 8, с. 1127–1128.
2. *Ахтямов А. М.* Теория идентификации краевых условий. Уфа: Гилим, 2008, 300 с.