О. В. Новикова, **Т. В. Редькина** (Ставрополь, СГУ). **Построение точных решений в виде бегущих волн для нелинейного уравнения в частных производных второго порядка.**

Для нелинейного уравнения, полученного в [1], доказано свойство Пенлеве [2] и получены частные решения в виде бегущих волн.

Теорема. *Дифференциальное уравнение*

$$\overline{p}_t - ip_{xx} + 2ip(p^2 + \overline{p}^2) = 0 \tag{1}$$

имеет частные решения в виде

$$p(x,t) = \operatorname{sh}(\alpha x - (4+\alpha^2)t + \delta) + i\operatorname{ch}(\alpha x - (4+\alpha^2)t + \delta),$$
$$p(x,t) = \operatorname{ch}(\alpha x + (4-\alpha^2)t + \delta) + i\operatorname{sh}(\alpha x + (4-\alpha^2)t + \delta).$$

Доказательство. Представив $p = u + iv$, $\overline{p} = u - iv$, где $i^2 = -1$, $u, v \in \mathrm{Re}$, и выделив в разложении (1) действительную и мнимую части, получим, что уравнение (1) эквивалентно системе уравнений

$$u_t + v_{xx} - 4v(u^2 - v^2) = 0, \quad v_t + u_{xx} - 4u(u^2 - v^2) = 0. \tag{2}$$

Рассмотрим первый случай. Положим $u = \operatorname{sh} f(x,t)$, $v = \operatorname{ch} f(x,t)$. Подставив функции u и v и их частные производные в систему (2), получим

$$(f'_t + (f'_x)^2 + 4)\operatorname{ch} f + f''_{xx}\operatorname{sh} f = 0, \quad (f'_t + (f'_x)^2 + 4)\operatorname{sh} f + f''_{xx}\operatorname{ch} f = 0. \tag{3}$$

Система (3) совместна, если выполняется условие $f(x,t) = \alpha x + \beta t + \delta$, где $\beta = -4 - \alpha^2$.

Аналогично теорема доказывается и для второго случая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Редькина Т.В., Карюк А.И., Лушникова Г.А.* Нелинейные уравнения в частных производных, имеющие операторную структуру изоспектральной деформации. — Системы обработки информации, 2008, в. 2 (69), с. 18–28.
2. *Редькина Т.В., Новикова О.В.* Решение уравнения с комплекснозначными функциями в виде ряда Лорана. — В сб.: Материалы 55-й научно-методической конференции «Университетская наука — региону», Современное состояние и приоритеты развития фундаментальных и прикладных исследований в области физики, математики и компьютерных наук. Ставрополь: Фабула, 2010, с. 98–101.