Д. В. Жданович, М. Э. Тужилин (Москва, ТВП). **Емкость триарных отношений.**

Если заданы конечные множества X, Y и Z, то *отношением* будем называть подмножество T в декартовом произведении $X \times Y \times Z$.

Определение 1. Отношение $T \subset X \times Y \times Z$ будем называть *несвязанным*, если для любых не равных друг другу элементов $t_1 = (x_1, y_1, z_1), t_2 = (x_2, y_2, z_2) \in T$ их координаты также не равны: $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, $z_1 \neq z_2$.

Определение 2. Отношение $R \subset X' \times Y' \times Z'$ будем называть *редукцией отношения* $T \subset X \times Y \times Z$, если существуют такие вложения $X' \hookrightarrow X$, $Y' \hookrightarrow Y$, $Z' \hookrightarrow Z$, что $R = T \cap X' \times Y' \times Z'$.

Определение 3. *Емкостью* $C(T)$ *отношения* $T \subset X \times Y \times Z$ будем называть максимальное число C, для которого существует несвязанное отношение T' мощности C, являющееся редукцией отношения T.

Отметим, что множество $T^{\times N}$ естественным образом является отношением в множестве $X^{\times N} \times Y^{\times N} \times Z^{\times N}$.

Утверждение. *Для любого отношения T последовательность $c_k = \sqrt[k]{C(T^{\times k})}$ имеет предел при k, стремящемся в бесконечность.*

Определение 4. *Асимптотической емкостью* $c_{as}(T)$ *отношения* T будем называть определенный в Утверждении предел.

Пусть на конечном множестве X задано распределение вероятностей (α_x). Тогда для обозначение экспоненты энтропии будем использовать запись $H(\alpha_x)$.

Пусть на триарном отношении $T \subset X_1 \times X_2 \times X_3$ задано распределение вероятностей Δ_T. Тогда определен согласованный набор $\Delta_i \vdash_{X_i} \Delta$ распределений вероятностей на множествах X_i.

Используя технику из работы [1], можно доказать следующую теорему.

Теорема. *Для асимптотической емкости отношения T верна следующая формула*:
$$c_{as}(T) = \max_{\Delta_T} \min \{H(\Delta_1), H(\Delta_2), H(\Delta_3)\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Coppersmith D.*, *Winograd S.* Matrix multiplication via arithmetic progressions. — J. Simbolic Computation, 1990, v. 9, p. 251–280.