

**Е. А. Семенчин, А. О. Денисенко** (Краснодар, КубГУ). **Оптимизация портфеля ценных бумаг Шарпа.**

Математическая модель портфеля ценных бумаг Шарпа имеет вид [2]

$$R_f + \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i + (R_m + R_f) \sum_{i=1}^N \beta_i W_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\left( \sum_{i=1}^N \beta_i W_i \right)^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_n^2 W_i^2 \leq \sigma_{\text{рег}}^2, \quad W_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1,$$

где  $R_f$  — доходность ценных бумаг,  $\alpha_i$  — избыточная доходность  $i$ -й ценной бумаги,  $R_m$  — ожидаемая доходность рынка в целом,  $\sigma_m$  — среднее квадратическое отклонение доходности рынка,  $W_i$  — вес каждой ценной бумаги в портфеле,  $\beta_i$  —  $\beta$ -риск  $i$ -й ценной бумаги,  $\sigma_n$  — остаточный риск  $i$ -й ценной бумаги. В модели (1) предполагается, что величина  $\sigma_{\text{рег}}$  заранее задана (например, экспертом).

В работе, представленной данным докладом, предлагается перейти от задачи (1) к задаче двухкритериальной оптимизации

$$R_f + \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i + (R_m + R_f) \sum_{i=1}^N \beta_i W_i \rightarrow \max, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N (\beta_i W_i)^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_n^2 W_i^2 \rightarrow \min, \quad W_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1.$$

Модель (2) позволяет более точно описать состав портфеля. От модели (2) с двумя критериями можно перейти (путем линейной свертки критериев [1]) к модели с одним критерием

$$C_1 \left( R_f + \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i + (R_m + R_f) \sum_{i=1}^N \beta_i W_i \right) - C_2 \left( \sum_{i=1}^N (\beta_i W_i)^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_n^2 W_i^2 \right) \rightarrow \max \quad (3)$$

и теми же ограничениями, что и в (2):

$$W_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1, \quad (4)$$

где  $C_1 = \text{const} > 0$ ,  $C_2 = \text{const}$ ,  $C_1 + C_2 = 1$ , отражают предпочтение одного критерия по сравнению с другим и определяются экспертами.

Модель (3), (4) может быть исследована методами квадратичного программирования.

**П р и м е р.** Согласно статистическим данным, приведенным в [2], можно рассчитать основные параметры модели (2):  $n = 6$ ,  $R_f = 4$ ,  $\alpha_1 = -7,04$ ,  $\alpha_2 = -10,58$ ,  $\alpha_3 = -6,17$ ,  $\alpha_4 = -0,35$ ,  $\alpha_5 = -6,46$ ,  $\alpha_6 = 0,33$ ,  $\sigma_m = 8$ ,  $\beta_1 = 2,833$ ,  $\beta_2 = 5,913$ ,  $\beta_3 = 2,672$ ,  $\beta_4 = 0,130$ ,  $\beta_5 = 3,353$ ,  $\beta_6 = 1,568$ ,  $R_m = 3,5$ ,  $\sigma_{r1} = 11,89$ ,  $\sigma_{r2} = 14,34$ ,  $\sigma_{r3} = 11,37$ ,  $\sigma_{r4} = 5,55$ ,  $\sigma_{r5} = 12,65$ ,  $\sigma_{r6} = 15,95$ . Эксперты предлагают выбрать в (3) значения  $C_1 = 0,7$ ,  $C_2 = 0,3$ .

Тогда воспользовавшись офисным приложением электронных таблиц Excel, найдем решение модели (3):  $W_i = 0,17$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перепелица В. А., Попова В. Е., Семенчин Е. А. Теория игр и исследование операций. Ставрополь: Изд-во СГУ, 2004, 182 с.
2. <http://exsolver.narod.ru/>.