А. В. Ж а р к о в (Ульяновск, УлГУ). **Мультипликативное свойство функции Гомпертца.**

Популярной моделью описания инноваций, распространения нововведений является функция Гомпертца, т. е. зависимость вида $y = G(x) = e^{-e^{a-bx}}$ [1]. Она же выступает в качестве альтернативы нормального распределения в задачах обработки экспериментальных данных в социальных науках, педагогике.

Функцию Гомпертца удобно записать в виде $G(x) = G_0(t) = e^{-e^{-\beta t}}$, где $t = (x-p)/s$, $\beta = -\ln\ln 2$. Здесь p — точка перегиба или мода распределения, $s = m-p$, m — медиана распределения. Величина p характеризует сдвиг графика вдоль оси абсцисс, а величина s отражает «крутизну» графика в точке перегиба: чем больше s, тем круче график.

Во многих случаях в социальных науках и педагогике значения выборки представляют собой отметки на пропорциональной шкале. Следовательно, выводы, которые мы сможем сделать, изучая кривые распределения, не должны зависеть от преобразования растяжения/сжатия этой оси. Очевидно, класс функций Гомпертца инвариантен относительно этих преобразований, меняются только параметры. Назовем функции, совпадающие между собой при некотором преобразовании, *подобными.* В приложениях подобные распределения считаются неразличимыми. Очевидно, $G(x;p,s)$ подобна $G(x;\mu,1)$, где $\mu = p/s$ — безразмерный параметр. При одинаковых μ распределения подобны, при различных — нет.

Удобно представлять распределения на специальной плоскости (x,ν), $\nu = \ln(-\ln y)$. Любая функция Гомпертца представляет собой на этой плоскости прямую $\nu = \beta(p-x)/s$. Семейство подобных распределений является пучком прямых с отрицательным углом наклона к горизонтальной оси и центром в точке $(p,0)$. Соответственно, неподобные распределения являются прямыми с различными p. Для любой данной функции Гомпертца с параметром $\mu = p_1$ в любом другом пучке прямых с параметром $\mu = p_2$ среди подобных можно выбрать распределение, у которого параметры s совпадают.

Предположим, что в некотором обществе (социальной группе или категории людей) некоторый признак распределен по закону Гомпертца $G(x;p_1,s_1)$. Предположим, что измерение признака представляет собой отметку на пропорциональной шкале. В какой-то момент общество претерпевает изменение. Тогда изменение распределения признака можно описать уравнением $G_3(x) = \int_{-\infty}^{x} G_1(y)G_2'(y)\,dy$, где $G_2(x)$ характеризует интенсивность изменения для различных групп представителей общества с различными значениями рассматриваемого признака.

Теорема. *Если $G_1(x)$ и $G_2(x)$ являются функциями Гомпертца с одинаковым значением параметра s, то при некотором числе C функция $CG_3(x)$ также будет функцией Гомпертца с тем же значением s.*

Теорема доказывается преобразованием подынтегрального выражения. Множитель С играет роль изменения общей массы обладателей рассматриваемого признака.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Делицын Л. Л.* Количественные модели распространения нововведений в сфере информационных и телекоммуникационных технологий. М.: МГУКИ, 2009, 107 с.