

А. В. Щ е р б а (Москва, ГУ-ВШЭ). Сравнение моделей оценки риска методами САРМ и ковариационной матрицы.

Введение. Расчет ценового риска исследователями осуществляется по общепринятой методике VaR. При использовании параметрических моделей ключевой проблемой является сложность корректной оценки волатильности. Для выявления лучшего метода будут сравниваться два способа оценки волатильности: 1) модель САРМ; 2) ковариационная матрица. Расчет будет производиться по следующему портфелю акций (в скобках указаны доли активов в портфеле): ГКМ НН (69,1%), Газпром (12,9%), Лукойл (9,1%), Росбанк (6,9%), Сургутнефтегаз (1%), Транснефть (0,9%), ВТБ (0,1%), Уралкалий (0,01%). Структура данного портфеля взята у подразделения одного из крупнейших банков России.

Характеристики моделей. Расчет VaR осуществляется на основе формулы оценки квантиля логарифмической доходности актива, умноженной на рыночную стоимость портфеля: $VaR = MV(e^{-N(q)\sigma} - 1)$, где q — вероятность, MV — рыночная стоимость портфеля, $N(q)$ — функция, задающая квантиль стандартного нормального распределения для вероятности q , σ — оценка волатильности портфеля срока, соответствующего сроку VaR.

Если портфель состоит из нескольких активов, то волатильность равна $\sigma = (p^T \Omega p)^{1/2}$, где p — вектор, элемент которого с номером i (p_i) задает долю портфеля в активе i , Ω — матрица ковариаций активов, т. е. случайные процессы изменения (логарифмической) доходности отдельных активов $r_i(t)$ имеют ковариацию Ω .

В основе оценки VaR лежит модель САРМ (Capital Asset Pricing Model). Модель основана на уравнении, задающем доходность отдельного актива: $r_i(t) = \alpha_i + \beta_i r_M(t) + \varepsilon_i(t)$, где r_i — логарифмическая доходность актива i , α_i и β_i — коэффициенты регрессии актива i , ε_i — ошибка регрессии актива i .

Дисперсия портфеля оценивается по нижеприведенной формуле, в которой корреляция между активами считается нулевой:

$$\sigma^2 = \left(\sum_{i=1}^n \beta_i^2 p_i^2 \right) \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^n p_i^2 \sigma_i^2. \quad (1)$$

Ход работы. На основе исторических данных были оценены 365 регрессий по модели САРМ и 365 ковариационных матриц. Расчет производился по историческим значениям за 250 рабочих дней (27.02.2008–03.03.2009), с последующих их сдвигом на один день вперед и пересчетом коэффициентов регрессии и ковариационной матрицы.

Далее была произведена оценка дисперсий портфеля по формуле (1) для каждой модели. На уровне значимости 95% был оценен VaR и проведен back-testing сравнением доходности портфеля за 365 дней с оцененными VaR.

Результаты. По результатам бэк-тестинга показатель VaR, рассчитанный для модельного портфеля, переоценивается, т. е. риск завышается по обоим моделям. Однако модель САРМ при 95% вероятности оценивает эту вероятность как 96,3%, а ковариационная матрица — 98,9%.

Таким образом, модель САРМ делает меньшую ошибку в оценке.