

В. Н. Колодежнов, С. С. Капранчиков (Воронеж, ВГТА).
Моделирование течения в плоском канале жидкости с пределом применимости ньютоновской модели.

Рассматривалось одномерное, установившееся течение жидкости с пределом применимости ньютоновской модели в плоском канале длины L , ширины w и высоты $2h$ за счет перепада давления $\Delta P = P_0 - P_1$, вязкость μ которой зависит от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ следующим образом:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \begin{cases} \mu_1, & 0 < -\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0, \\ \mu_1 + \mu_0(2 + \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma}_0/\dot{\gamma}), & -\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0, \end{cases} \quad \dot{\gamma} = \frac{du}{dy} < 0, \quad (1)$$

где μ_1 — ньютоновская вязкость жидкости при достаточно малых (по модулю) значениях скорости сдвига, μ_0 — реологическая константа, $u(y)$ — скорость, представляющая собой функцию поперечной координаты y , отсчитываемую от срединной плоскости канала, $\dot{\gamma}_0 > 0$ — пороговое значение скорости сдвига.

С учетом безусловной положительности динамической вязкости получены ограничения на область значений скорости сдвига, в которой может быть использована модель (1).

В аналогичном виде зависимость вязкости от скорости сдвига принималась в работе [1] при решении задачи о напорном течении такого рода жидкости в цилиндрическом канале. Представление вязкости в форме (1) предполагает разбие области течения жидкости на две зоны. В той зоне, где выполняется условие $0 < -\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, жидкость проявляет ньютоновские свойства, а там, где выполняется условие $-\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0$, течение описывается в рамках модели неньютоновской жидкости. На границе же этих областей должно выполняться условие $\dot{\gamma} = -\dot{\gamma}_0$. При этом будем считать, что граница раздела этих зон представляет собой плоскости, параллельные продольной координатной плоскости и отстоящие от срединной плоскости на пока еще неизвестном расстоянии h_μ . Тогда распределение скорости течения жидкости по сечению канала удобно искать в виде $u(y) = u_1(y)$, если $|y| < h_\mu$; $u(y) = u_2(y)$, если $h_\mu < |y| < h$, где $u_1(y)$, $u_2(y)$ — соответственно, скорость среды в зоне ньютоновского течения, а также скорость в зоне неньютоновского течения.

В ходе решения задачи, с соответствующими граничными условиями, было показано, что распределение скорости течения жидкости такого рода в плоском канале описывается следующими выражениями:

$$\begin{aligned} u_1(y) &= -\frac{1}{2\mu_1} \frac{\Delta P}{L} y^2 + C_1, \\ u_2(y) &= \beta(h - y) \mp \frac{2}{3A_2} [(A_1 - A_2h)^{3/2} - (A_1 - A_2y)^{3/2}], \quad y > 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\beta = \dot{\gamma}_0 \left(1 + \frac{\mu_1}{2\mu_0} \right), \quad A_1 = \frac{\dot{\gamma}_0^2 \mu_1}{\mu_0} \left(1 + \frac{\mu_1}{4\mu_0} \right), \quad A_2 = \frac{\dot{\gamma}_0^2 \Delta P}{\mu_0 L}, \quad h_\mu = \frac{\mu_1 L \dot{\gamma}_0}{\Delta P},$$

$$C_1 = \beta(h - h_\mu) \mp \frac{2}{3A_2} [(A_1 - A_2h)^{3/2} - (A_1 - A_2h_\mu)^{3/2}] + \frac{\dot{\gamma}_0 h_\mu}{2}. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) «знак» определяется в зависимости от значения реологического параметра μ_0 . Если $\mu_0 > 0$, то выбирается верхний знак (т. е. минус), если же $\mu_0 < 0$, то выбирается нижний знак (т. е. плюс). Продолжение решения (2) в область $y < 0$ осуществляется с учетом симметрии относительно срединной плоскости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колодежнов В.Н., Капранчиков С.С.* Моделирование напорного течения жидкости с пределом применимости ньютоновской модели в цилиндрическом канале. — *Обзорные прикл. и промышл. матем.*, 2008, т. 15, в. 6, с. 1092–1093.