

**С. А. Иванов, В. С. Куликов** (Москва, ИМСТС). **Фракталы в системах коммуникации.**

Возникновение и развитие Интернета активизировало исследования различных коммуникационных систем и рассмотрение их как одного из видов стохастических фракталов.

Первый классический статистический анализ транспортной системы США принадлежит американскому социологу Георгу Ципфу [1], им найдены статистически устойчивые гиперболические ранговые распределения размеров городов USA, объединенных единой транспортной сетью.

На рис. 1 показано ранговое распределение городов страны по числу жителей в двойных логарифмических координатах (оригинальный рисунок из монографии Г. Ципфа). По оси абсцисс — ранги городов в порядке убывания числа жителей в них, по оси ординат — число жителей в городах с населением более 2,5 тыс. человек (1790–1930 гг.).

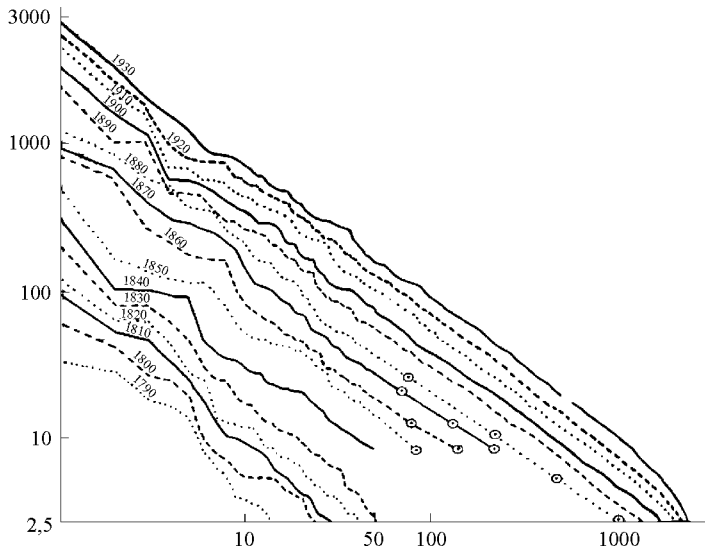


Рис. 1. Ранговое распределение городов США по числу жителей (1790–1930 гг.)

Несмотря на приблизительность рисунка, построенного в докомпьютерную эпоху, можно отчетливо наблюдать, как во времени растет коммуникационная система страны, что отражается в пропорциональном увеличении как числа городов, так и числа жителей в них. Возможно, что численность жителей в некоторых городах может расти с несколько большей скоростью, что приведет к изменениям в ранговой последовательности вариационного ряда городов, но общий ансамбль при этом сохраняется.

Ранговые распределения городов в разные годы аппроксимируются гиперболической функцией  $N(r) = N(1)/r^\gamma$ ,  $\gamma \approx 1,0$ , где  $N(1)$  — число жителей в городе 1-го ранга,  $N(r)$  — число жителей в городе  $r$ -го ранга,  $\gamma$  — показатель степени распределения,  $0,8 \leq \gamma \leq 1$ ,

За это время увеличилось как число городов с числом жителей более 2,5 тыс. человек, так и число жителей во всех городах, а коммуникационная система проявила фрактальное свойство самоподобия (self-scaling).

Представленные Г. Ципфом данные позволили построить динамику увеличения как числа городов (с числом жителей более 2,5 тыс. человек) по движению графиков вдоль оси абсцисс

$$N(t) = N(t_0)|_{t_0=1790} e^{\lambda(t-t_0)}, \quad (1)$$

где  $\lambda = 0,04$  1/год, время удвоения числа городов — 18 лет, так и увеличения числа жителей в самом большом городе первого ранга по движению графиков вдоль оси ординат (1), где  $\lambda = 0,04$  1/год, время удвоения числа жителей также 18 лет.

На рис. 2 показано увеличение числа городов (прямая 1) и числа жителей города первого ранга (прямая 2) в полулогарифмическом масштабе. Эти графики позволяют наглядно продемонстрировать связь между гиперболическими ранговыми распределениями городов по числу жителей и экспоненциальным увеличением как числа основных элементов коммуникационной системы (городов), так и их размеров (числа жителей в них).

Реальные транспортные коммуникационные системы обладают статистически устойчивыми закономерностями, выраженными в сохранении формы распределения на длительных интервалах времени. Такие статистические исследования различных коммуникационных систем становятся актуальными в связи с процессами глобализации [2]. Более детальное описание различных видов коммуникационных систем как одного их видов стохастических фракталов приведено в книге [3]. В основе их представления лежат предположения о кластерной организации таких систем, моделируемых случайными ветвящимися процессами с иммиграцией.

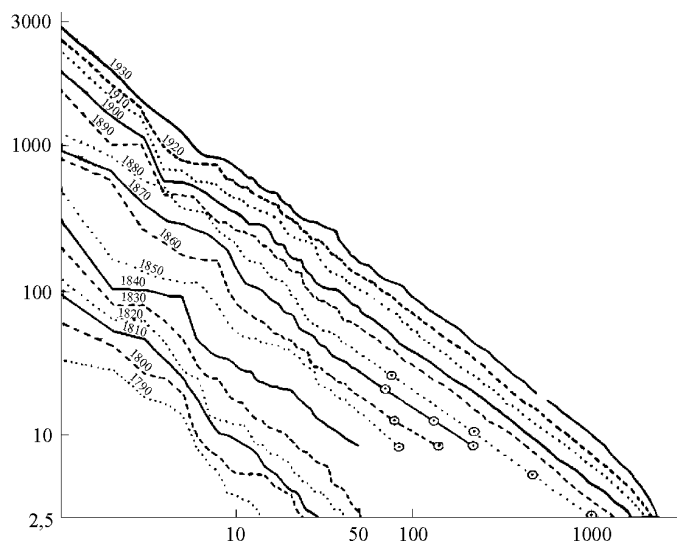


Рис. 2. Увеличение числа городов (1) и числа жителей в городе первого ранга (2)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zipf G. K.* Human behaviour and the principle of least effort. Cambridge.: Addison–Wesley, 1949.
2. *Pumain D.* Settlement systems in the evolution. — *Geografiska Annaler*, 2000, v. 82B, № 2, p. 73–87.
3. *Иванов С. А.* Моделирование процессов коммуникации в научном сообществе: Статистические устойчивые закономерности коммуникационных систем. М.: Либерком, 2010, 120 с.