О. В. Н а з а р ь к о, **А. В. Ч е р н о в** (Ростов-на-Дону, РГСУ). **Задача о достижении оптимальной полосы пропускания телекоммуникационных каналов при условии гарантированной и негарантированной доставки пакетов.**

В настоящем докладе используются следующие наиболее важные характеристики каналов связи: CIR (Committed Information Rate) — минимальная доступная гарантированная полоса пропускания, которую обеспечивает поставщик услуг при штатном функционировании сети; BIR (Burst Information Rate) — максимально возможная негарантированная полоса пропускания (избыточная импульсная полоса пропускания для передачи объемов данных, имеющих вероятность доставки ниже, чем для гарантированного объема данных); PIR (Peak Information Rate) — максимальная пиковая полоса пропускания. Таким образом, $PIR = CIR + BIR$. Используя известные концепции и результаты стохастического анализа (в частности, стохастической финансовой математики), сформулируем задачу о моделировании и управлении полосой пропускания для передачи необходимого объема данных.

Пусть какому-либо информационно-вычислительному центру (ИВЦ) в момент времени $n = 0$ поставлена задача: обеспечить необходимую пропускную способность сети PIR в момент времени $n = N$. Обозначим в модели этот показатель $f_N = f_N(\omega) \geqslant 0$, где ω можно интерпретировать как ситуацию в информационно-вычислительной системе (ИВС). Множество возможных ситуаций в ИВС обозначим Ω. Таким образом, $\omega \in \Omega$, где Ω конечно. Обозначим $\mathcal{F}_n$ σ-алгебру событий, доступных в ИВС на момент времени n. ИВЦ имеет возможность регулировать полосу пропускания совокупности виртуальных каналов любого вида в любой момент времени $n = 0, 1, 2, \ldots, N$. Обозначим результат этого управления $PIR_n = PIR_n(\omega)$. Тогда поставленная задача принимает вид: обеспечить в каждый момент времени n такую полосу пропускания сети, чтобы в заданный (финальный) момент времени N при любой ситуации $\omega \in \Omega$ выполнялось равенство

$$PIR_N(\omega) = f_N(\omega). \tag{1}$$

Векторный предсказуемый случайный процесс $(\beta_n, \gamma_n)_{n=0}^N$ будем называть *стратегией управления* системой обслуживания ИВС, если $PIR_n = \beta_n CIR_n + \gamma_n BIR_n$ для любого $n = 0, 1, \ldots, N$. При этом $(BIR_n, \mathcal{F}_n)_{n=0}^N$ — адаптированный случайный процесс, а $(CIR_n)_{n=0}^N$ — детерминированная последовательность. Стратегию управления будем называть *минимальной*, если для любого $n = 0, 1, 2, \ldots, N-1$ доли β_n и γ_n полосы пропускания каналов перераспределяются в момент времени n на доли β_{n+1} и γ_{n+1} таким образом, чтобы обеспеченная на этот момент совокупная нагрузка на сеть не изменилась, т. е. чтобы выполнялось равенство $PIR_n = \beta_{n+1} CIR_n + \gamma_{n+1} BIR_n$. Таким образом, термин «минимальная» можно интерпретировать в смысле минимальности затрат на ее осуществление.

Решение задачи (1) с использованием минимальных стратегий аналогично (с некоторыми нюансами) решению задачи хеджирования платежных обязательств европейского типа (см. [1]). В работе, представленной данным докладом, исследована модель, не вписывающаяся в рамки обычной теории. В этой модели учитывается возможность изменения вероятностей ($Q^{(n)}$ на $Q^{(n+1)}$) на каждом шаге $n \longrightarrow n+1$ управления. Для реализации указанной цели мы используем сильную деформацию 1-го рода [2], определенную на стохастическом базисе, снабженном обобщенной специальной хааровской фильтрацией [3]. При этом применяется техника хааровских интерполяций деформированных мартингалов, основанная на следующей теореме, обобщающей соответствующий результат из работы [4].

Теорема. *Если процесс* $(BIR_n/CIR_n)_{n=0}^N$ *удовлетворяет при любом* $n < N$ *свойству универсальной хааровской единственности относительно управляющей вероятностной меры* $Q^{(n+1)}$, *то при добавлении конечного числа промежуточных моментов управления задача* (1) *разрешима.*

Вычислительные процедуры внедрены в исследовательский программный комплекс «Моделирование деформированных дискретных процессов».

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 09-08-00097а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 2004, т. 1,2, 1017 с.
2. *Назарько О. В.* О некоторых фактах теории деформированных мартингалов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 2, с. 236–237.
3. *Павлов И. В.*, *Пилосян Э. А.* Моделирование финансовых рынков, подверженных агрессивной скупке акций, с помощью обобщенных специальных хааровских фильтраций. — В сб.: Математические методы в современных и классических моделях экономики и естествознания. Ростов-на-Дону: РГЭУ (РИНХ), 2009, с. 22–47.
4. *Богачева М. Н.*, *Павлов И. В.* О хааровских расширениях безарбитражных финансовых рынков до безарбитражных и полных. — Успехи матем. наук, 2002, т. 57, в. 3, с. 143–144.