А. А. Бутов, **И. Ю. Бахурский**, **М. А. Волков** (Ульяновск, УлГУ). **Оптимальное управление компенсациями разладок при эпизодическом наблюдении.**

Моделирование процессов, поведение которых характеризует ту или иную характеристику, является одним из методов, позволяющих исследовать отклонения показателей от нормы.

В рассматриваемой математической модели моментам нарушений соответствуют разладки. Пусть на стохастическом базисе $\mathbf{B} = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (\mathcal{F}_t)_{t\geqslant 0}, \mathbf{P})$ задан некоторый непрерывный процесс $\xi = (\xi_t)_{t\geqslant 0}$ с разладкой, допускающий стохастический дифференциал

$$d\xi_t = r\, I\{\theta \leqslant t\}\, dt + \sigma\, dW_t,$$

где $\xi_0 = 0$, $\sigma \neq 0$, r — интенсивность роста, $r > 0$, θ — момент разладки, распределенный по экспоненциальному закону с параметром $\lambda > 0$, $I\{\theta \leqslant t\}$ — индикаторная функция, $W = (W_t)_{t\geqslant 0}$ — стандартный винеровский процесс (величина θ и винеровский процесс W независимы).

Одномоментную реакцию можно назвать *компенсацией*. Ее осуществляют для частичной стабилизации, что приводит к увеличению стабильного функционирования рассматриваемого объекта. Определим момент ζ компенсации разладки процесса ξ с показателем «риска» $\varepsilon > 0$ при пересечении верхней границы: $\zeta_{i+1} = \inf\{t\colon\ t > \zeta_i,\ \xi_t \geqslant \beta - \varepsilon\}$ для $i = 0, 1, 2, \ldots$ при $\zeta_0 = 0$.

Процесс с компенсацией разладки $Y = (Y_t)_{t\geqslant 0}$ определяется как $dY_t = d\xi_t - \gamma\, Y_{t-}\, dN_t$, где γ — уровень компенсации ($\gamma \in (0, 1]$), $Y_0 = 0$, N_t — считающий процесс количества компенсаций: $N_t = \sum_{i=1}^{\infty} I\{\zeta_i \leqslant t\}$.

Предполагается, что критическая верхняя граница $\beta > 0$ является константой. В случае, если $\gamma = 1$, происходит полная компенсация (в нулевой момент времени компенсации нет).

Чтобы в нужный момент осуществить компенсацию, необходимо отслеживать ситуацию, т. е. использовать наблюдение. В наблюдаемый момент времени будет известно значение, по которому можно решать, осуществлять компенсацию или нет. Рассмотрим наблюдение $Z_t = Z_0 + \int_0^t (Y_{s-} - Z_{s-})\, d\pi_s$, где $\pi = (\pi_t)_{t\geqslant 0}$ — пуассоновский процесс с интенсивностью $\mu > 0$.

Обозначим τ такой момент времени, когда процесс пересечет критический уровень β: $\tau = \inf\{t\colon\ Y_t \geqslant \beta\}$.

Пересечение границы β процессом ведет в моделируемых объектах к непоправимым последствиям. При этом уменьшение величины ε влечет уменьшение числа компенсаций. Поэтому важной задачей является нахождение оптимальных ее значений в смысле следующей оптимизационной задачи:

$$\Phi_1(\varepsilon) = M(\tau \wedge T) + \frac{B}{\varepsilon^2} \to \max_{\varepsilon}, \qquad (1)$$

где T — время, до которого ведется наблюдение, $B > 0$ — параметр. В модели предполагается, что компенсации осуществляются по наблюдениям не за процессом ξ, а по эпизодическим — Z. Решение оптимизационной задачи (1) проводится методами имитационного моделирования. Заметим, что в наблюдении Z_t частота наблюдения μ. Если μ увеличивать, то частота наблюдений увеличится соответственно.

Наряду с задачей (1) имеют большое значение задачи, в которых учитывается плата за наблюдение. Они сводятся к задачам, решаемым методами имитационного моделирования

$$\Phi_2(\varepsilon) = \mathbf{P}\{\tau \leqslant t\} + \varepsilon\, B \to \max_{\varepsilon}, \qquad (2)$$

$$\Phi_3(\lambda) = \mathbf{P}\{\tau \leqslant t\} + A\, \lambda \to \max_{\lambda}, \qquad (3)$$

где T — время, до которого ведется наблюдение, B, A — параметры ($0 < A < 1$, $B > 0$). В задаче (1) слагаемое εB является платой за наблюдение относительно показателя «риска», а в задаче (2) величина $A\lambda$ — относительно интенсивности, с которой осуществляется наблюдение.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., грантов РФФИ 08-01-97009р_поволжье_а, 08-01-97010р_поволжье_а, а также при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках постановления правительства РФ № 218.