В. П. А р х и п о в, **А. С. Ч о п ч и я н** (Старый Оскол, СТИ НИТУ МИСиС). **Численное решение задачи электродиффузионного переноса при наличии пограничного слоя.**

Стационарный процесс электродиффузионного переноса двухкомпонентной смеси во внешнем электрическом поле около ионоселективной мембраны может быть представлен модельной системой уравнений, которая в приведенной форме имеет вид

$$\frac{dC_1}{dx} = -\eta z_1 \frac{d\Phi}{dx} C_1 - \beta_1 J, \quad C_1(0) = C_{11}, \tag{1}$$

$$\frac{dC_2}{dx} = -\eta z_2 \frac{d\Phi}{dx} C_2 + \beta_2 J, \quad C_2(0) = C_{22}, \tag{2}$$

$$\mu^2 \frac{d^2\Phi}{dx^2} = -\gamma_1 C_1 + \gamma_2 C_2, \quad \Phi(0) = 0, \quad \Phi(1) = -\Delta\Phi < 0, \tag{3}$$

где $C_1(x), C_2(x), \Phi(x)$ — приведенные концентрации двух сортов ионов и электрический потенциал, рассматриваемые при $x \in [0,1]$, J — плотность тока в смеси. Остальные величины — параметры, описывающие внутренние свойства процесса, при этом μ^2 рассматривается в этой задаче как малый параметр [1].

Для численного решения начально-краевой задачи (1)–(3) наиболее эффективным оказался прием ее сведения к двухточечной краевой задаче для нелинейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром

$$\mu^2 \frac{d^2\Phi}{dx^2} + I\,[\Phi] = 0, \quad \Phi(0) = 0, \quad \Phi(1) = -\Delta\Phi, \tag{4}$$

при $I\,[\Phi] = I_1[\Phi] + I_2[\Phi]$, $I_1[\Phi] = \gamma_1[C_{11} - \beta_1 J \int_0^x e^{\eta z_1 \Phi(x_1)}\, dx_1] e^{-\eta z_1 \Phi(x)}$, $I_2[\Phi] = -\gamma_2[C_{22} + \beta_2 J \int_0^x e^{\eta z_2 \Phi(x_1)}\, dx_1] e^{-\eta z_2 \Phi(x)}$.

Вырожденное уравнение ($I[\Phi] = 0$) допускает единственное решение $\Phi_0(x)$, для которого $\Phi_0(0) = 0$ при выполнении в точке $x = 0$ условия электронейтральности $\gamma_1 C_{11} = \gamma_2 C_{22}$. Это дает возможность говорить о возникновении пограничного слоя вблизи $x = 1$. Линеаризация нелинейного оператора в (4) позволяет записать формулы итерационного процесса Ньютона для невязки $\delta_n(x) = \Phi_n(x) - \Phi_{n-1}(x)$ в виде

$$\mu^2 \frac{d^2\delta_n}{dx^2} + b_n(x)\delta_n(x) + \int_0^x d_n(x,x_1)\delta_n(x_1)\, dx_1 = f^n(x), \quad \delta_n(0) = \delta_n(1) = 0, \tag{5}$$

где $f^n(x) = -\mu^2 d^2\Phi_{n-1}/dx^2 - I[\Phi_{n-1}]$, $b_n(x) = -\eta z_1 I_1[\Phi_{n-1}] - \eta z_1 I_2[\Phi_{n-1}]$, $d_n(x,x_1) = \eta J(\gamma_2 z_2 \beta_2 e^{\eta z_2(\Phi_{n-1}(x_1) - \Phi_{n-1}(x))} - \gamma_1 \beta_1 z_1 e^{\eta z_1(\Phi_{n-1}(x_1) - \Phi_{n-1}(x))})$.

Как показывают расчеты, итерационный процесс (5) при выборе в качестве начального приближения $\Phi_0(x)$ очень быстро сходится к разностному решению задачи (4). При этом оказывается возможным получить достаточно хорошую оценку пограничного слоя, поведения потенциала и концентраций вблизи мембраны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чопчиян А. С.*, *Коржов Е. Н.* Математическая модель электродиффузионного переноса электролитов около селективно проницаемой мембраны. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 1, с. 151–152.