**С. В. П а в л и к о в** (Ульяновск, УлГУ). **Метод функционалов Ляпунова в задачах управления.**

Пусть движение управляемой системы описывается уравнениями

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t, u), \quad f(t, 0, 0) \equiv 0. \tag{1}$$

Здесь $x_t \in B_H$, $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u = u(t, x_t) \in U \subset \mathbf{R}^m$, $u(t, 0) \equiv 0$, где $u$ — управляющее воздействие, $U$ — некоторый класс допустимых управлений, $B$ — «допустимое» пространство, для произвольного $H > 0$ множество $B_H = \{\varphi \in B\colon\ \|\varphi\|_B < H\}$; $f(t, x_t, u)\colon \mathbf{R}^+ \times B_H \times \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^n$ есть непрерывное отображение, удовлетворяющее в $\mathbf{R}^+ \times B_H \times \mathbf{R}^m$ условиям существования, единственности и непрерывной зависимости решений (1) от начальных данных.

Управляющее воздействие $u = u^0(t, x_t)$ называется *стабилизирующим*, если оно обеспечивает асимптотическую устойчивость нулевого решения $x = 0$ уравнения (1).

Поставленная задача о стабилизации движений управляемых систем с запаздыванием решается на основе метода предельных уравнений с использованием функционала Ляпунова со знакопостоянной производной.

Пусть $u = u^0(t, x_t) \in U$ есть некоторое выбранное управляющее воздействие, под действием которого уравнения управляемого движения (1) принимают вид

$$\dot{x}(t) = f_0(t, x_t), \quad f_0(t, x_t) = f(t, x_t, u^0(t, x_t)). \tag{2}$$

Предполагаем, что правая часть системы (2) удовлетворяет условиям предкомпактности. Тогда можно построить семейство предельных уравнений к (2)

$$\dot{x}(t) = f_0^*(t, x_t), \tag{3}$$

где $f_0^*(t, x_t) = \lim_{t_n \to +\infty} f_0[t_n + t, x_t]$.

**Теорема.** *Предположим, что существуют такие функционал Ляпунова* $V(t, \varphi)\colon \mathbf{R}^+ \times B_H \to \mathbf{R}^+$ *и управление* $u^0(t, x_t) \in U$, *что выполняются следующие условия*:

1) $\omega(|\varphi(0)|) \leqslant V(t, \varphi)$, $\dot{V}(t, \varphi) \leqslant -W(t, \varphi) \leqslant 0$ *для любых* $(t, \varphi) \in \mathbf{R}^+ \times B_H$;

2) *для каждой предельной пары* $(f_0^*, W^*)$ *и множества* $V_\infty^{-1}(t, c)$ *множество* $\{V_\infty^{-1}(t, c)\colon\ c = \mathrm{const} \geqslant 0\} \cap \{W^*(t, \varphi) = 0\}$ *не содержит решений уравнения* (3), *кроме нулевого* $x = 0$.

*Тогда* $u^0(t, x_t)$ *есть стабилизирующее управление для уравнения* (1).

Показано применение теоремы в задачах о стабилизации механических систем, развивающих результаты [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (проект МД-7549.2010.1) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.» (проект НК-408П, госконтракт П/2230).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Павликов С. В.* Об устойчивости движений эредитарных систем с бесконечным запаздыванием. — Докл. Академии наук, 2007, т. 416, № 2, с. 166–168.