Г. И. Белявский, Н. Д. Никоненко (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Достаточные условия существования решения задачи аппроксимации заданной последовательности случайных величин стохастическими интегралами.**

В докладе рассматривается задача среднеквадратичного хеджирования динамических обязательств.

Введем фильтрованное вероятностное пространство $(\Omega, (\mathcal{F}_i)_{i=0}^N, \mathbf{P})$, на котором задан базовый адаптированный процесс S, причем $S \in L_2(\Omega, \mathbf{P})$. Последовательность стохастических интегралов $G(\gamma) = \{G_1(\gamma), G_2(\gamma), \dots, G_N(\gamma)\}$ для предсказуемой последовательности γ определяется равенствами $G_n(\gamma) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \Delta S_i$, $n = 1, 2, \dots, N$.

Рассмотрим аппроксимацию конечной адаптированной последовательности $f = \{f_1, f_2, \dots, f_N\} \in L^N = L_2(\Omega, \mathbf{P}) \times L_2(\Omega, \mathbf{P}) \times \dots \times L_2(\Omega, \mathbf{P})$ случайных величин последовательностью стохастических интегралов при фиксированной рандомизированной остановке q (подробнее см. [2]). Скалярное произведение в L^N определим равенством $(a, b)_{L^N(q)} = \sum_{i=1}^N q_i(a_i, b_i)$, согласованная норма определяется равенством $\|a\|_{L^N(q)} = [\sum_{i=1}^N q_i \|a_i\|_{L_2}^2]^{1/2}$.

При естественном допущении $\gamma_i \Delta S_i \in l_2(\Omega, \mathbf{P})$ последовательность $G(\gamma) \in L^N$ и образует в этом пространстве линейное подпространство H.

Аппроксимация рассматривается в смысле нормы $L^N(q)$, т. е. необходимо найти

$$\min \|f - G(\gamma)\|_{L^N}^2 \quad \text{по всем} \quad G(\gamma) \in H. \tag{1}$$

Если подпространство H замкнуто, то задача (1) имеет решение и притом единственное.

Достаточным условием замкнутости подпространства H является условие невырожденности базового процесса (подробнее см. [1]):

$$(E_p(\Delta S_k \,|\, \mathcal{F}_{k-1}))^2 \leqslant \delta E_p(\Delta S_k^2 \,|\, \mathcal{F}_{k-1}), \quad \delta \in (0, 1). \tag{2}$$

В докладе рассматривается *другое* достаточное условие замкнутости подпространства H: подпространство H замкнуто, если множество мартингальных мер $\mathcal{P}^*(\mathbf{P}) \neq \varnothing$.

Таким образом, задача (1) имеет решение и притом единственное, если $\mathcal{P}^*(\mathbf{P}) \neq \varnothing$. Это условие выглядит более естественным по сравнению с условием Швейцера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schweizer M.* Variance-optimal hedging in discrete time. — Mathematics of Operations Research,1995, v. 20, p. 1–32.
2. *Белявский Г. И.*, *Никоненко Н. Д.* Задача о рандомизированной остановке при среднеквадратичном хеджировании. — Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление, 2011, в. 4.