В. И. Афанасьев (Москва, МИРАН). **Ветвящийся процесс в случайной среде, начинающийся с большого числа частиц.**

Пусть $\{Z_n,\, n \geqslant 0\}$ — ветвящийся процесс в случайной среде, задаваемый последовательностью независимых одинаково распределенных (случайных) производящих функций $\{f_n(s),\, n \in \mathbf{N}\}$. Отметим, что Z_n — число частиц в n-м поколении, а производящая функция $f_n(s)$, $s \in [-1,1]$, определяет закон размножения частиц в $(n-1)$-м поколении, $n \in \mathbf{N}$.

Положим $X_n = \ln f'_n(1)$, $\eta_n = f''_n(1)/(f'_n(1))^2$, $n \in \mathbf{N}$. Будем предполагать, что процесс $\{Z_n\}$ является критическим, т. е.

$$\mathbf{E}\, X_1 = 0, \tag{1}$$

и выполнены следующие моментные ограничения:

$$0 < \mathbf{E}\, X_1^2 := \sigma^2 < \infty, \quad \mathbf{E}\, \ln^q(\eta_1 \vee 1) < \infty \tag{2}$$

при некотором $q > 2$.

В отличие от стандартной ситуации, когда процесс $\{Z_n\}$ начинается с одной частицы ($Z_0 = 1$), предположим, что начальное число частиц является большим. Положим $m_n(x) = \lfloor \exp(\sigma\sqrt{n}x) \rfloor$, где x — некоторое фиксированное положительное число. Введем сопровождающее случайное блуждание $S_0 = 0$, $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $n \in \mathbf{N}$, и случайный процесс $Y_n(t) = \exp\{-S_{\lfloor nt \rfloor} - \sigma\sqrt{n}x\}\, Z_{\lfloor nt \rfloor}$, $t \geqslant 0$.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* (1), (2) *и* $x > 0$, *тогда при* $n \to \infty$

$$\{Y_n(t),\ t \geqslant 0 \,|\, Z_0 = m_n(x)\} \xrightarrow{D} Y, \tag{3}$$

где Y *— случайный процесс, траектории которого положительны и постоянны до некоторого случайного момента вырождения, а после него обращаются в нуль, символ* $\xrightarrow{D}$ *означает сходимость по распределению в пространстве* $D[0,+\infty)$ *с топологией Скорохода.*

Пусть $\{W(t),\ t \geqslant 0\}$ — стандартное броуновское движение и $\tau^{(x)}$ — момент первого достижения полуоси $(-\infty, 0]$ случайным процессом $\{W(t),\, t \geqslant 0 \,|\, W(0) = x\}$.

В качестве следствия теоремы 1 получается следующий результат.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия* (1), (2) *и* $x > 0$, *тогда при* $n \to \infty$

$$\left\{ \frac{\ln(Z_{\lfloor nt \rfloor} + 1)}{\sigma\sqrt{n}},\ t \geqslant 0 \,\middle|\, Z_0 = m_n(x) \right\} \xrightarrow{D} \{W(t \wedge \tau^{(x)}),\ t \geqslant 0 \,|\, W(0) = x\}.$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 11-01-00139.